



Université de M'sila 2018-2019. Département de T.C.T.

E.M.D. (Maths 3).

Durée 1^h30^{mn}.

Exercice 1 (1.5+1.5+2pts) Etudier la nature des séries suivantes:

1) $\sum_{n \geq 1} \frac{(n+1)^{2n}}{(2n)!}$, 2) $\sum_{n \geq 1} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$; 4) $\sum_{n \geq 1} \ln(1 + \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}})$.

Exercice 2 (1+3+1+1+1pt) Soit f une fonction périodique de période $T = 2$, donnée par $f(t) = t$ où $t \in [0, 2]$.

a) Donner la forme explicite de la fonction f sur l'intervalle $[-1, 1]$.

b) Donner sa série de Fourier sur l'intervalle $[-1, 1]$.

c) Trouver sa somme de Fourier sur l'intervalle $[-1, 1]$.

d) Donner la valeur de 1) $\sum_{n \geq 0} \frac{(-1)^n}{2n+1}$, 2) $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^2}$.

Exercice 3 (1.5+0.75+0.75+1+1.5+1.5+1+2pts) 1) Soit $f(t)$ une fonction donnée par $f(t) = \begin{cases} \cos t & t \geq \pi \\ 0 & 0 < t < \pi \end{cases}$.

a) En utilisant la définition, trouver l'image de f par la transformée de Laplace. déduire l'image de: a) $tf(t)$, b) $\int_0^t f(x)dx$.

b) On pose $L(s) = \frac{e^{-\sqrt{s}}}{\sqrt{s}}$ dont l'origine est donné par $l(t) = \frac{-1}{\sqrt{\pi t}}$.

Trouver l'origine de $G(s) = e^{-\sqrt{s}}$ qu'on le note par $g(t)$.

2) Trouver l'inverse (l'origine) de:

a) $H(s) = \arctan \frac{1}{s+4}$.

b) $K(s) = \log \left(\frac{s^2 + 2s + 13}{s^2 + 2} \right)$ puis déduire l'origine de la fonction $G(s)$

sachant que $G(s) + \frac{dG(s)}{ds} = K(s)$.

3) On utilisant la transformée de Laplace, résoudre l'équation différentielle

suivante $\begin{cases} ty'(t) + y(t) = e^{\lambda t} \\ y(0) = \alpha \end{cases}$, où $\lambda, \alpha \in \mathbb{R}$.

Resp du module Memou.A