

# **MA1 – COURS DE CHARPENTES METALLIQUES**

---

## **LA VERIFICATION DES SECTIONS (1)**

---

**INSTITUT HEMES GRAMME**

**Ir. Jacques Dehard  
Professeur**

# 1. Introduction

Avant de procéder à la vérification d'éléments dans leur ensemble (poutre fléchie en tenant compte du déversement, colonne comprimée en tenant compte du flambement, ...) il faut d'abord procéder à la vérification locale des sections de ces éléments.

Dans chaque section transversale, la valeur de calcul d'une sollicitation ne doit pas excéder la résistance de calcul correspondante, et si plusieurs sollicitations agissent simultanément, leurs effets combinés ne doivent pas excéder la résistance pour cette combinaison. Une attention particulière sera accordée à ces cas, car ils peuvent se révéler plus dangereux, même si les efforts qui les composent, ne sont pas les valeurs maximales rencontrées, séparément, le long de l'élément !

En général, les valeurs de calcul des résistances dépendent de la classe de la section transversale.

Toutes les classes de sections **peuvent** être vérifiées vis-à-vis de leur résistance élastique, à condition d'utiliser pour la classe 4 les propriétés de la section transversale efficace.

Pour une vérification en élasticité, le critère limite suivant peut être utilisé au point critique de la section transversale, sauf si d'autres formules d'interaction s'appliquent :

$$\left( \frac{\sigma_{x,Ed}}{f_y/\gamma_{M0}} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{z,Ed}}{f_y/\gamma_{M0}} \right)^2 - \left( \frac{\sigma_{x,Ed}}{f_y/\gamma_{M0}} \right) \left( \frac{\sigma_{z,Ed}}{f_y/\gamma_{M0}} \right) + 3 \left( \frac{\tau_{Ed}}{f_y/\gamma_{M0}} \right)^2 \leq 1$$

où : -  $\sigma_{x,Ed}$  est la valeur de calcul de la contrainte longitudinale locale au point considéré ;

-  $\sigma_{z,Ed}$  est la valeur de calcul de la contrainte transversale locale au point considéré ;

-  $\tau_{Ed}$  est la valeur de calcul de la contrainte de cisaillement locale au point considéré.

La vérification selon la formule précédente peut placer en sécurité étant donné qu'elle exclut toute distribution plastique partielle des contraintes, ce qui est autorisé dans le calcul élastique. Par conséquent, il convient de ne l'utiliser que lorsque l'interaction sur la base des résistances  $N_{Rd}$ ,  $M_{Rd}$ ,  $V_{Rd}$  ne peut être effectuée.

Il y a lieu de vérifier la résistance plastique des sections transversales en trouvant une distribution des contraintes, n'excédant pas la limite d'élasticité, qui soit en équilibre avec les sollicitations et compatible avec les déformations plastiques associées.

Comme approximation plaçant en sécurité pour toutes les classes de section transversale, on peut utiliser une sommation linéaire des rapports sollicitation/résistance propres à chaque sollicitation agissante.

Ainsi, pour les sections de Classe 1, 2 ou 3 soumises à une combinaison de  $N_{Ed}$ ,  $M_{y,Ed}$  et  $M_{z,Ed}$ , on peut utiliser le

critère suivant:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1$$

où :  $N_{Rd}$ ,  $M_{y,Rd}$  et  $M_{z,Rd}$  sont les valeurs de calcul de la résistance dépendant de la classe de section transversale et comprenant toute réduction éventuelle pouvant résulter des effets du cisaillement.

## 2. Vérification à la TRACTION

### 2.1 Résistance de la section transversale

La valeur de calcul de l'effort de traction  $N_{Ed}$  dans chaque section transversale doit satisfaire la condition suivante :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \leq 1$$

Pour une section qui ne comporte aucun trou, la valeur de calcul de la résistance à la traction  $N_{t,Rd}$  est la valeur de calcul

de la résistance plastique de la section transversale brute :

$$N_{plRd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$$

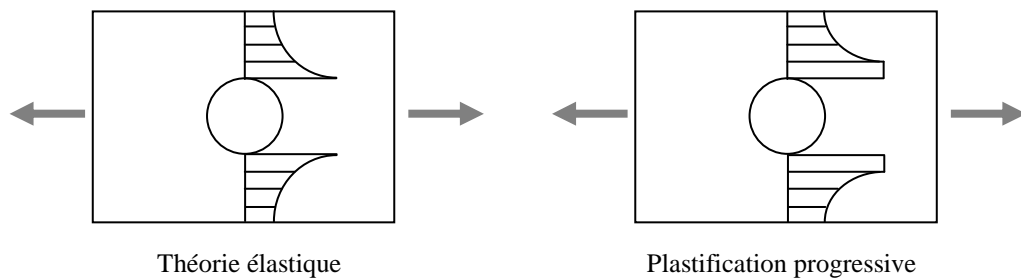
où : A représente l'aire brute de la section transversale ;

$f_y$  représente la limite élastique de l'acier ;

$\gamma_{M0}$  représente le coefficient partiel de sécurité pour l'acier.

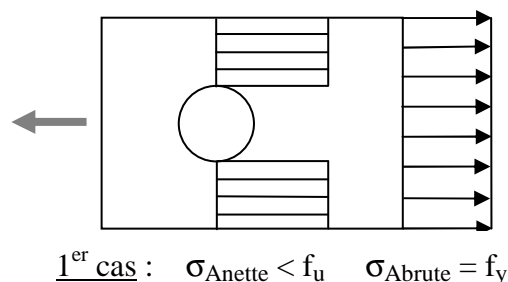
Pour une section qui comporte des trous (assemblages boulonnés), la résistance de la section est affaiblie par la réduction

de l'aire de section transversale due à la présence des trous (aire nette) et une vérification supplémentaire est exigée. Bien que les trous induisent des concentrations de contraintes lorsqu'on est dans le domaine élastique, une plastification progressive apparaît dans la section affaiblie dès que l'effort augmente.

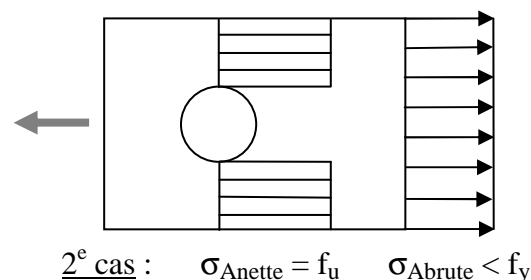


La ductilité de l'acier permet de supposer, qu'à l'état limite ultime, la répartition des contraintes dans les sections nette et brute est représentée par l'un des cas suivants :

- si les trous sont peu nombreux ou de dimensions réduites, la limite élastique sera atteinte dans la section brute avant que la limite de rupture ne soit atteinte dans la section réduite (elu par « déformations excessives ») :



- si les trous sont plus nombreux ou de dimensions importantes, la limite de rupture sera atteinte dans la section réduite avant que la limite élastique ne soit atteinte dans la section brute (elu par « rupture à caractère fragile ») :



En conséquence, pour une section qui comporte des trous, la valeur de calcul de la résistance à la traction  $N_{t,Rd}$  doit être prise comme étant la plus petite des deux valeurs suivantes :

- a) la valeur de calcul de la résistance plastique de la section transversale brute :
- $$N_{plRd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$$
- b) la valeur de calcul de la résistance ultime de la section nette :
- $$N_{uRd} = \frac{0,9 A_{\text{net}} f_u}{\gamma_{M2}}$$

où :  $A_{\text{net}}$  représente l'aire nette de la section transversale ;

$f_u$  représente la limite de rupture de l'acier ;

$\gamma_{M2}$  représente le coefficient partiel de sécurité pour l'acier ;

le facteur 0,9 est un coefficient de réduction supplémentaire, prenant en compte les excentricités inévitables, les concentrations de contraintes ... etc.

Les contraintes résiduelles (auto-équilibrées) n'affectent pas la résistance ultime de la section. Elles peuvent, par contre, avoir une influence sur le comportement et accroître la déformabilité de l'élément tendu.

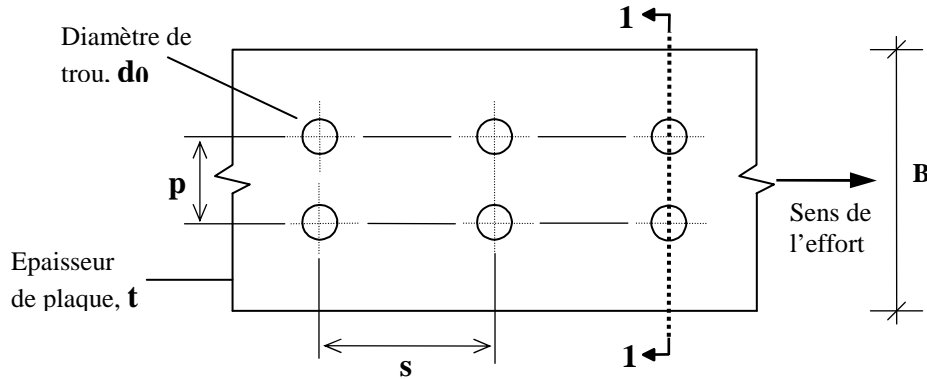
Il va sans dire que ce qui précède n'est valable que pour une mise en charge statique. Si ce n'est pas le cas (solicitations variables répétitives), la ruine peut survenir par fatigue et non par plastification sous un chargement statique excessif.

## 2.2 Détermination de l'aire nette

L'aire nette d'une section transversale est l'aire brute diminuée des trous de fixation et autres ouvertures. Pour chaque trou de fixation, la déduction est l'aire de section transversale brute du trou ( $d_0.t$ ).

Lorsque les trous sont alignés transversalement, l'aire totale à déduire de toute section transversale perpendiculaire à l'axe de l'élément (1-1) est la somme maximale des aires de section des trous.

Exemple pour deux files de trous alignés :

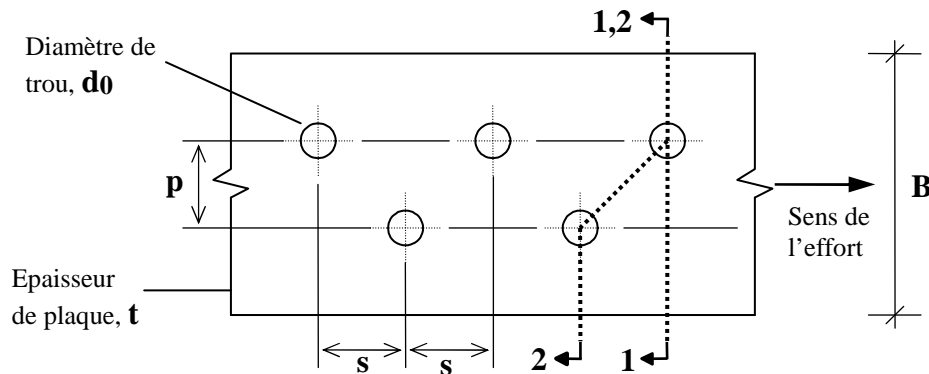


Sur la section 1-1 : Aire nette =  $A_{net} = (B.t - 2d_0.t)$

Lorsque les fixations sont en quinconce, l'aire totale à déduire est la plus grande des deux valeurs suivantes :

- l'aire du ou des trous traversant une section transversale perpendiculaire (1-1),
- la somme des aires de tous les trous en ligne diagonale ou brisée (2-2) quelconque traversant l'élément, dont on déduit la quantité  $\frac{s^2 t}{4p}$  pour chaque intervalle dans la chaîne des trous (voir figure ci-après). Cette réduction permet de tenir compte que le long des parties inclinées des lignes, il n'existe pas un état de contrainte de traction pure.

Exemple pour deux files de trous en quinconce :

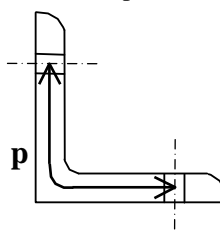


Aire nette =  $A_{net}$  = la plus petite des deux suivantes : - sur la section 1-1 :  $(B.t - d_0.t)$

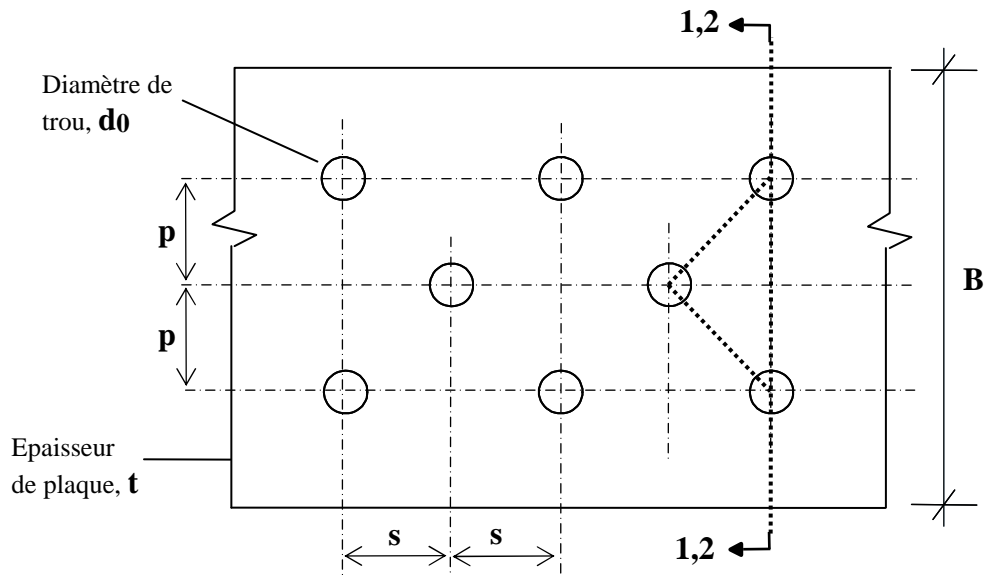
- sur la section 2-2 :  $[B.t - (2d_0.t - \frac{s^2 t}{4p})]$

où :  $s$  = espacement des centres des trous qui bordent l'intervalle considéré, mesuré parallèlement à l'axe de l'élément ;

$p$  = espacement des trous perpendiculairement à l'axe de l'élément (pour les éléments comportant des trous dans plus d'un plan,  $p$  se mesure selon la ligne moyenne dans l'épaisseur de la section, comme par exemple dans une cornière).



Exemple pour trois files de trous en quinconce :



**Aire nette** =  $A_{net}$  = la plus petite des deux suivantes : - sur la section 1-1 :  $(B \cdot t - 2d_0 \cdot t)$

- sur la section 2-2 :  $[B \cdot t - (3d_0 \cdot t - 2 \frac{s^2 t}{4p})]$

**Remarque :**

Des règles particulières s'appliquent aux cornières assemblées par une seule aile, ainsi qu'aux profils en T et en U assemblés par leurs ailes. Elles seront détaillées dans le chapitre sur les éléments tendus.

### 3. Vérification à la COMPRESSION

#### 3.1 Résistance de la section transversale

La valeur de calcul de l'effort de compression  $N_{Ed}$  dans chaque section transversale doit satisfaire la condition ci-après:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} \leq 1$$

La valeur de calcul de la résistance à la compression uniforme  $N_{c,Rd}$  correspond à la charge limite plastique pour la plupart des sections, sauf pour celles susceptibles de subir une réduction de capacité à cause du voilement local. Elle doit être déterminée en fonction des classes :

pour les sections transversales de classes 1, 2, 3 :  $N_{cRd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$  et pour une de classes 4 :  $N_{cRd} = \frac{A_{eff} f_y}{\gamma_{M0}}$

où :  $A$  représente l'aire brute de la section transversale ;

$A_{eff}$  représente l'**aire efficace** de la section transversale ;

$f_y$  représente la limite élastique de l'acier ;

$\gamma_{M0}$  représente le coefficient partiel de sécurité pour l'acier.

Les contraintes résiduelles n'affectent pas la charge plastique de compression d'une section. Par contre, elles modifient le comportement à la compression d'une colonne courte (limite de proportionnalité plus faible).

#### 3.2 Remarques

Sauf dans le cas de trous oblongs ou surdimensionnés, il n'est pas nécessaire de prendre en compte les trous de fixation dans les sections comprimées à condition qu'ils soient emplis par les fixations (boulons ou rivets).

Dans le cas de sections de classe 4 asymétriques, il faut prendre en compte le moment additionnel  $\Delta M_{Ed}$  dû au déplacement du centre de gravité de la section efficace.

## 4. Vérification à la FLEXION

### 4.1 Résistance de la section transversale

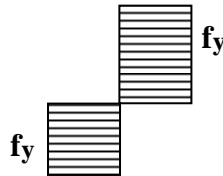
La valeur de calcul du moment de flexion  $M_{Ed}$  dans chaque section transversale doit satisfaire la condition ci-après :

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \leq 1$$

Compte tenu de la notion de classes de sections définie précédemment, la valeur de calcul de la résistance à la flexion pure par rapport à l'un des axes principaux de la section,  $M_{c,Rd}$ , sera déterminée comme suit :

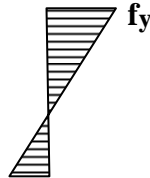
pour les **classes 1 et 2**, c'est la valeur de calcul de la résistance plastique de la section brute :

$$M_{plRd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}}$$



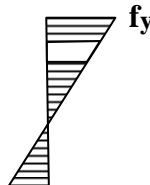
pour une **classe 3**, c'est la valeur de calcul de la résistance élastique de la section brute :

$$M_{elRd} = \frac{W_{el,min} f_y}{\gamma_{M0}}$$



pour une **classe 4**, c'est la valeur de calcul de la résistance élastique de la section efficace :

$$M_{effRd} = \frac{W_{eff,min} f_y}{\gamma_{M0}}$$



où :  $W_{pl}$  représente le module de flexion plastique de la section transversale brute ;

$W_{el,min}$  représente le module de flexion élastique correspondant à la fibre la plus sollicitée de la section transversale brute ;

$W_{eff,min}$  représente le module de flexion élastique correspondant à la fibre la plus sollicitée de la section transversale **efficace** (réduite à cause du voilement local) ;

$f_y$  représente la limite élastique de l'acier ;

$\gamma_{M0}$  représente le coefficient partiel de sécurité pour l'acier.

### 4.2 Remarques

Les trous de fixation dans la semelle tendue peuvent être ignorés sous réserve que pour la semelle tendue,

$$\frac{A_{f,net} \cdot 0,9 f_u}{\gamma_{M2}} \geq \frac{A_f \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{où } A_f \text{ est l'aire de la semelle tendue : c'est la condition de } \underline{\text{ductilité}} \text{ de la semelle tendue !}$$

Il n'est pas nécessaire de prendre en compte les trous de fixation situés dans la zone tendue de l'âme, sous réserve que la limite précédente soit satisfaite pour la totalité de la zone tendue comprenant la semelle tendue plus la zone tendue de l'âme.

Excepté dans le cas de trous oblongs et surdimensionnés, il n'est pas nécessaire de prendre en compte les trous de fixation situés dans la zone comprimée de la section transversale, sous réserve qu'ils soient emplis par les fixations.

Pour la **flexion bi-axiale** ( $M_y$  et  $M_z$ ), il convient d'utiliser les méthodes données plus loin dans l'« interaction (M,N) ».

## 5. Vérification au CISAILLEMENT

### 5.1 Résistance de la section transversale

La valeur de calcul de l'effort tranchant  $V_{Ed}$  dans chaque section transversale doit satisfaire la condition :

$$\frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} \leq 1$$

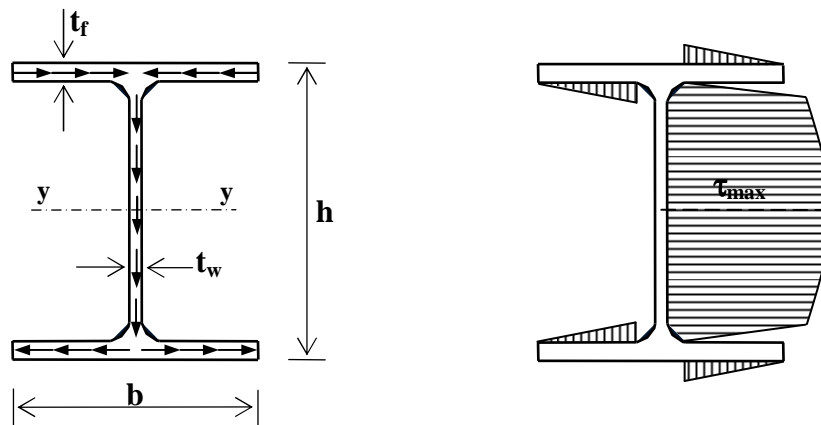
où  $V_{c,Rd}$  est la valeur de calcul de la résistance au cisaillement, égale à la résistance plastique au cisaillement  $V_{pl,Rd}$  ou à la résistance élastique au cisaillement calculée sur base d'une distribution élastique des contraintes.

Remarque : ce critère suppose que la vérification du voilement par cisaillement n'a pas lieu d'être appliquée. Pour le voilement par cisaillement, voir EN 1993-1-5.

### 5.2 Calcul élastique

La distribution élastique des contraintes de cisaillement dans un profil en « double T » soumis à un effort tranchant parallèle à l'âme, montre que la contrainte maximale de cisaillement a lieu, dans l'âme, au niveau de l'axe neutre.

On peut également constater que cette contrainte varie peu sur la hauteur de l'âme.



Pour la vérification vis-à-vis de la résistance élastique au cisaillement  $V_{c,Rd}$ , le critère suivant peut être utilisé pour un

point critique de la section transversale :

$$\frac{\tau_{Ed}}{\tau_y} \leq 1 \quad \text{avec} \quad \tau_y = \frac{f_y}{\sqrt{3}} \quad \text{et} \quad \tau_{Ed} = \frac{V_{z,Ed} S_y}{I_y \cdot t}$$

$\gamma_{M0}$

où :  $V_{z,Ed}$  est la valeur de calcul de l'effort tranchant ;

$S_y$  représente le **moment statique de l'aire au-dessus** du point considéré ;

$I_y$  est le **moment d'inertie** de flexion autour y-y de la **section transversale complète** ;

$t$  est l'**épaisseur** au point considéré.

Cette vérification par la méthode élastique place en sécurité étant donné qu'elle exclut toute distribution plastique partielle des contraintes de cisaillement, ce qui est autorisé dans le calcul élastique. Par conséquent, il convient de ne l'effectuer que lorsque la vérification sur base de la résistance plastique au cisaillement ne peut être faite.

Pour les sections en I, H, ou U chargées dans le plan de l'âme, la simplification suivante est autorisée.

La distribution élastique des contraintes de cisaillement montrant que la presque totalité de l'effort tranchant est transmise par l'âme et que la variation de la contrainte de cisaillement dans l'âme est très faible, il est suffisamment précis (si

$A_f / A_w \geq 0,6$ ), de supposer une contrainte de cisaillement moyenne sur la hauteur de l'âme :  $\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{A_w}$  où :  $A_f$

est l'aire d'une semelle et  $A_w$  est l'aire de l'âme :  $A_w = h \cdot t_w$  dans les sections laminées, pour tenir compte des congés, et à  $A_w = (h - 2t_f) \cdot t_w$  pour les sections de profilés reconstitués par soudure.

Les principes de ce chapitre sont toujours valables si l'effort tranchant agit perpendiculairement à l'âme de la section, il suffit d'intervertir les axes (y en z) et de considérer que l'effort tranchant est repris par les semelles !

### 5.3 Calcul plastique

Compte tenu des observations effectuées sur la distribution élastique des contraintes de cisaillement, il est logique d'admettre qu'une section en I, H, ou U périra par cisaillement plastique, sous un effort tranchant ultime parallèle à son âme et en l'absence de voilement par cisaillement, lorsqu'il règnera dans toute la zone de cette âme, une contrainte égale à

la limite élastique au cisaillement de l'acier  $\tau_y = \frac{f_y}{\sqrt{3}}$ .

La valeur de calcul de la résistance plastique au cisaillement dans ce type de section (ou effort tranchant plastique)

sera donc donnée par :  $V_{plRd} = \frac{A_v \cdot \tau_y}{\gamma_{M0}}$  avec  $A_v$  : l'aire de cisaillement.

L'aire de cisaillement  $A_v$  dépend de la forme de la section transversale et de la direction de l'effort : l'EC3 propose les formules suivantes :

<u>Profils en I et H</u>	Laminés	Effort tranchant parallèle à l'âme	$A - 2bt_f + (t_w + 2r)t_f$ $\geq (h - 2t_f)t_w$	
<u>Profils en I et H ou en caisson</u>	Reconstitués soudés	Effort tranchant parallèle à l'âme	$\sum(h_w t_w)$	
<u>Profils en I et H</u>	Laminés	Effort tranchant parallèle aux semelles	$2bt_f + (t_w + r)t_w$	
<u>Profils en I, H, U ou en caisson</u>	Reconstitués soudés	Effort tranchant parallèle aux semelles	$A - \sum(h_w t_w)$	
<u>Profils en U laminés</u>		Effort tranchant parallèle à l'âme	$A - 2bt_f + (t_w + r)t_f$	
<u>Profils en T laminés</u>		Effort tranchant parallèle à l'âme	$0,9(A - bt_f)$	
<u>Profils creux rectangulaires laminés d'épaisseur uniforme</u>		Effort tranchant parallèle à la hauteur	$Ah/(b+h)$	
		Effort tranchant parallèle à la largeur	$Ab/(b+h)$	
<u>Profils creux circulaires et tubes d'épaisseur uniforme</u>			$2A/\pi$	
<u>Remarque</u> : A représente l'aire de la section transversale totale et r le rayon des congés.				



## 5.4 Remarques

Pour les âmes dépourvues de raidisseurs intermédiaires, la résistance au voilement par cisaillement doit être vérifiée

conformément à l'EN 1993-1-5, si  $\frac{h_w}{t_w} > 72\epsilon$

Il n'est pas nécessaire de prendre en compte les trous de fixation dans la vérification de la résistance au cisaillement sauf au niveau des zones d'attache comme indiqué dans l'EN 1993-1-8.

Lorsque l'effort tranchant est combiné avec un moment de torsion, il y a lieu de réduire la résistance plastique  $V_{plRd}$  au cisaillement.

## 6. Vérification à la TORSION

pm

## 7. Interaction FLEXION - CISAILLEMENT

### 7.1 Calcul élastique

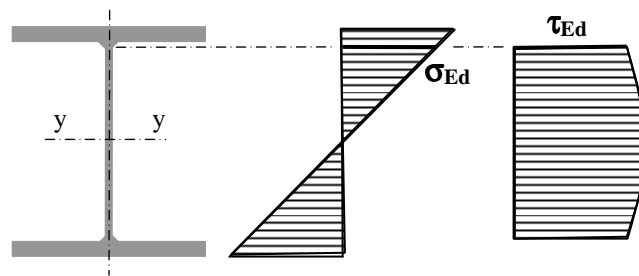
Si dans la même section transversale, il existe simultanément, un moment de flexion  $M_{Ed}$  et un effort tranchant  $V_{Ed}$ , leur prise en compte dans un calcul élastique se basera sur la superposition des contraintes normales et tangentielles selon le critère de von Mises.

Le critère de résistance consistera alors, tout simplement, à limiter la contrainte de comparaison obtenue au point le plus

critique de la section, à la valeur de calcul de la limite élastique de l'acier:  $\sigma_{c,Ed} = \sqrt{\sigma_{x,Ed}^2 + 3\tau_{Ed}^2} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$ .

S'il s'agit d'une section en double T fléchi autour de son axe y-y, le point critique se situe à la jonction « âme-semelle »

et les contraintes  $\sigma$  et  $\tau$  seront fournies par les formules :  $\sigma_{x,Ed} = \frac{M_{y,Ed} \cdot z}{I_y}$  et  $\tau_{Ed} = \frac{V_{z,Ed} \cdot S_y}{I_y \cdot t}$ .



### 7.2 Calcul plastique

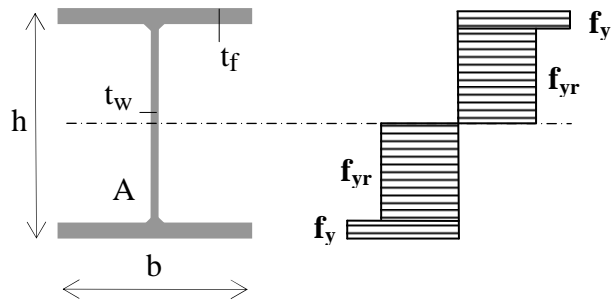
Dans un calcul plastique, lorsque coexistent un moment de flexion et un effort tranchant, le modèle de calcul consiste à déterminer la valeur du moment plastique réduit à cause de la présence de l'effort tranchant en considérant la section transversale complètement plastifiée.

S'il s'agit d'une section en double T fléchi autour de son axe y-y, la répartition plastique des contraintes normales est alors la suivante :

- dans les semelles : la limite élastique  $f_y$  puisque les semelles sont le siège de contraintes principalement due à la flexion;
- dans l'âme : la contrainte normale maximale que l'âme peut encore supporter, compte tenu qu'elle est déjà le siège de contraintes de cisaillement, puisqu'elle reprend la totalité de l'effort tranchant. Cette contrainte maximale peut se déduire

du critère de von Mises :  $\sigma_c = \sqrt{\sigma_{max}^2 + 3\tau^2} = f_y$  et est appelée : limite élastique réduite  $f_{yr}$ .

Elle est donnée par la formule suivante qui se déduit de la précédente :  $f_{yr} = \sqrt{f_y^2 - 3\tau^2}$ .



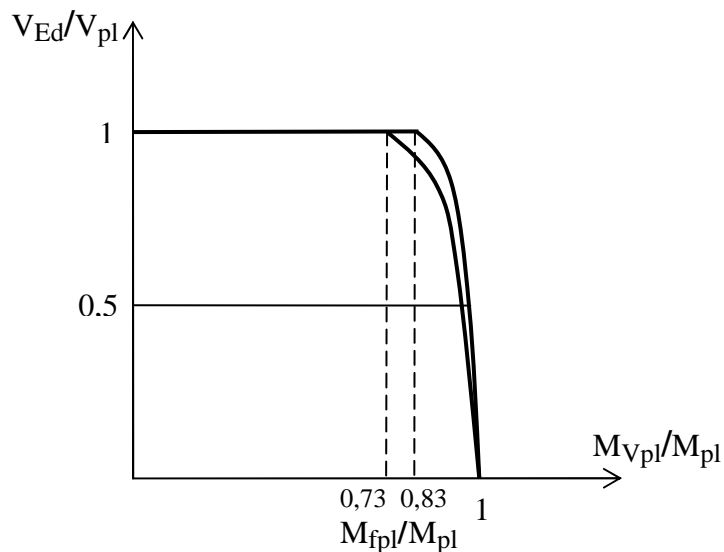
Or,  $\tau = \frac{V_{Ed}}{A_w}$  où  $A_w = (A - 2b.t_f)$ , donc :  $f_{yr} = \sqrt{f_y^2 - 3\left(\frac{V_{Ed}}{A_w}\right)^2} = f_y \sqrt{1 - \left(\frac{V_{Ed}}{V_{pl}}\right)^2}$  avec :  $V_{pl} = \frac{A_w.f_y}{\sqrt{3}}$

Le moment plastique réduit  $M_{Vpl}$  peut alors être facilement calculé par :  $M_{Vpl} = M_{pl} - W_{wpl}(f_y - f_{yr})$ , où  $M_{pl}$  est le moment plastique de la section totale, et  $W_{wpl}$  est le module plastique de l'âme. Finalement on obtient :

$$M_{Vpl} = M_{pl} - W_{wpl}.f_y \left[ 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{V_{Ed}}{V_{pl}}\right)^2} \right] \text{ avec } W_{wpl} = \frac{\left(\frac{(A - 2b.t_f)}{t_w}\right)^2 . t_w}{4}$$

Si on applique les formules précédentes à deux sections réelles, une HE300A et une IPE360, et que l'on trace leur diagramme d'interaction plastique « flexion-cisaillement », on obtient les résultats suivants :

$V_{Ed}/V_{pl}$		0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
$M_{Vpl}/M_{pl}$	HE300A	1,00	1,00	1,00	0,99	0,99	0,98	0,97	0,95	0,93	0,90	0,83
	IPE360	1,00	1,00	0,99	0,99	0,98	0,96	0,95	0,92	0,89	0,85	0,73



On constate aisément dans cet exemple, que la présence d'un effort tranchant pas très élevé réduit peu la résistance plastique à la flexion et que la réduction maximale correspond au moment plastique des semelles seules ( $M_{fpl}$ ) puisque, dans ce cas, l'âme est entièrement mobilisée pour reprendre l'effort tranchant.

L'expérience montre, de plus, que l'effet préjudiciable de l'effort tranchant sur le moment plastique peut être compensé par celui, favorable, de l'écrouissage (phénomène complexe non pris en compte ici).

Dans le cas d'une flexion autour de l'axe faible z-z et d'un effort tranchant correspondant, la section est alors assimilée aux deux rectangles que sont les semelles ! Le moment plastique réduit est alors donné par la formule simple :

$$M_{Vpl} = 2f_{yr} \frac{t_f . b^2}{4}$$

### 7.3 Formules de l'Eurocode 3

L'EC3 propose les règles simples suivantes. Lorsque la valeur de calcul de l'effort tranchant ( $V_{Ed}$ ) n'excède pas la moitié de la valeur de calcul de la résistance plastique au cisaillement ( $V_{pl,Rd}$ ), on peut négliger son effet sur le moment résistant plastique, sauf lorsque le voilement par cisaillement réduit la résistance de la section (voir l'EN 1993-1-5).

Dans le cas contraire, donc si  $V_{Ed} > 0,5 V_{pl,Rd}$ , il convient de considérer une valeur de calcul du moment résistant plastique réduit ( $M_{Vpl,Rd}$ ), égale à la résistance de calcul de la section transversale déterminée en utilisant, pour l'aire de

cisaillement, une limite d'élasticité réduite  $f_{yr} = (1 - \rho) f_y$ , avec :  $\rho = \left( \frac{2V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2$ , ce qui correspond à

l'hypothèse de plastification de l'acier conformément à la formule d'interaction  $\left( \frac{\sigma}{f_y} \right)^2 + \left( \frac{\tau}{\tau_y} \right)^2 = 1$ .

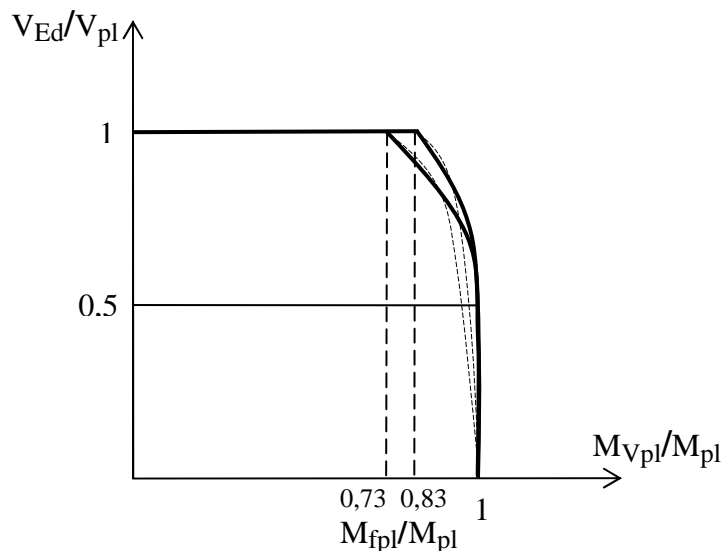
L'EC3 précise, de plus, que la valeur de calcul de ce moment plastique réduit ne peut être supérieure à  $M_{c,Rd}$  ! Ceci laisse donc supposer que les formules précédentes sont valables quelle que soit la classe des sections, celle-ci intervenant

dans la limitation  $M_{Vpl,Rd} \leq M_{c,Rd}$  ! La condition de résistance s'écrit donc :  $\frac{M_{Ed}}{M_{V,Rd}} \leq 1$ .

(on est cependant en droit de se poser la question sur la sécurité de cette méthode pour les efforts tranchants importants).

Si on applique ces formules de l'Eurocode aux sections réelles utilisées précédemment, une HE300A et une IPE360, et que l'on trace leur diagramme d'interaction plastique « flexion-cisaillement », on obtient les résultats suivants :

$V_{Ed}/V_{pl}$		0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
$M_{Vpl}/M_{pl}$	HE300A	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,97	0,94	0,89	0,83
	IPE360	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,96	0,90	0,83	0,73



On constate donc que les formules de l'Eurocode 3 sont un peu moins sécuritaires que celles obtenues précédemment (courbes en traits interrompus). Elles sont cependant tout-à-fait acceptables compte tenu de l'effet bénéfique de l'écrouissage non pris en compte.

1. Pour les sections transversales en double T à semelles égales et fléchies selon l'axe fort, le moment résistant plastique réduit de calcul, prenant en compte l'effort tranchant, peut être calculé à l'aide d'une formule établie de la façon suivante:

$$M_{V,y,Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} - \frac{W_{wy,pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} + W_{wy,pl} (1 - \rho) \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$= (W_{y,pl} \cdot f_y - \rho W_{wy,pl} \cdot f_y) / \gamma_{M0} = (W_{y,pl} - \rho W_{wy,pl}) f_y / \gamma_{M0}$$

Dans le cas des sections « reconstituées soudées » et si on néglige les congés dans les sections laminées, le module plastique de l'âme  $W_{wy,pl}$  est égal à  $\frac{t_w \cdot h_w^2}{4}$ , ou à  $\frac{A_w^2}{4t_w}$  avec  $A_w = h_w \cdot t_w$  et  $h_w = (h - 2t_f)$ .

Si on veut tenir compte des congés dans les sections laminées, on pourra prendre:  $A_w = (A - 2bt_f)$ .  
Finalement, on obtient :

$$M_{V,y,Rd} = \left( W_{y,pl} - \frac{\rho A_w^2}{4t_w} \right) \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \leq M_{c,y,Rd}$$

où  $M_{c,y,Rd}$  est calculé en tenant compte des classes de sections !

2. Pour les autres formes de section, la valeur de calcul du moment résistant plastique réduit ( $M_{VplRd}$ ), doit être déterminée à partir du diagramme des contraintes dans la section complètement plastifiée, en prenant la limite élastique réduite  $(1-\rho)f_y$  dans l'aire cisailée. Ce moment réduit doit également être limité à  $M_{cRd}$ .
3. Pour les sections en double T de classes 3 et 4, une alternative simple (et plaçant en sécurité), consiste à limiter la contrainte de calcul aux fibres extrêmes à la limite élastique réduite  $f_{yr}$  : les formules suivantes sont alors d'application :

$$M_{V,Rd} = W_{el,min} (1-\rho) \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \text{ pour la classe 3 et } M_{V,Rd} = W_{eff,min} (1-\rho) \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \text{ pour la classe 4.}$$

## 8. FLEXION BI-AXIALE

### 8.1 Calcul élastique

La flexion bi-axiale, dite aussi gauche ou déviée, est définie comme étant la flexion par rapport à un axe autre qu'un des axes principaux d'inertie de la section. Le moment sollicitant  $M_{Ed}$  sera alors décomposé selon les deux axes y et z en deux moments composants :  $M_{y,Ed}$  et  $M_{z,Ed}$  et la fibre neutre sera oblique par rapport aux axes principaux.

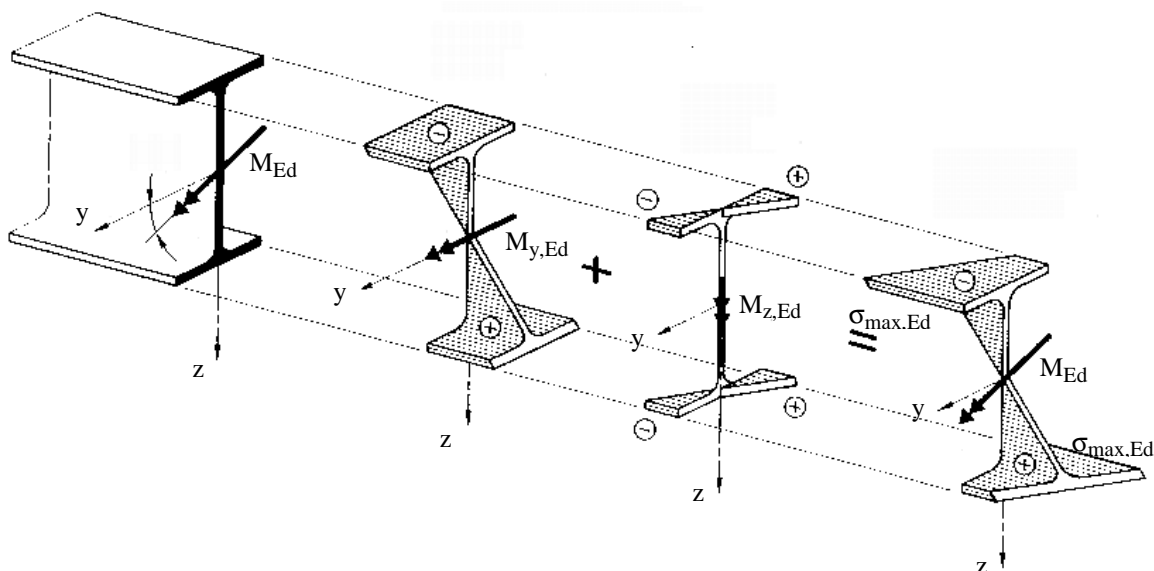
Dans ce cas, un calcul élastique se basera sur la superposition des contraintes normales provenant de chacun des moments séparément, comme le montre le dessin ci-dessous.

Le critère de résistance consistera alors, tout simplement, à limiter la plus grande contrainte ainsi obtenue au point le plus

critique de la section, à la valeur de calcul de la limite élastique de l'acier:  $\sigma_{max,Ed} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$ .

S'il s'agit d'une section symétrique cette contrainte normale maximale sera fournie par la formule :

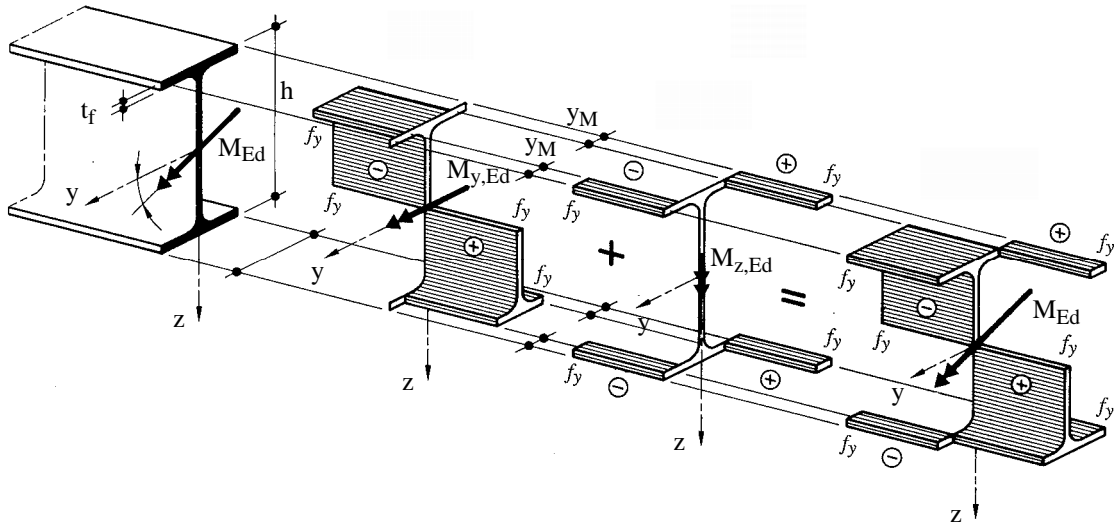
$$\sigma_{max,Ed} = \frac{M_{y,Ed} \cdot z}{I_y} + \frac{M_{z,Ed} \cdot y}{I_z}$$



## 8.2 Calcul plastique

Dans ce cas, on part de l'état limite de la section complètement plastifiée, qui se caractérise par le fait que la contrainte est, en tous points de la section, égale à la limite élastique  $f_y$  en compression ou en traction. Pour respecter l'équilibre de la section, la résultante de toutes ces contraintes doit être nulle (puisque'il n'y a pas d'effort normal) et leurs moments résultants autour des axes y-y et z-z doivent correspondre aux moments  $M_{y,Ed}$  et  $M_{z,Ed}$ .

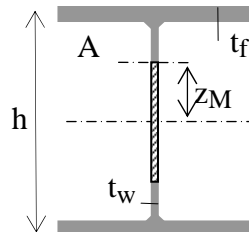
Un exemple d'une telle distribution de contraintes pour une section symétrique en double té est donné ci-dessous. On y a supposé que le moment sollicitant y-y plastifiait non seulement l'âme, mais aussi, une partie de chaque semelle, tandis que le moment sollicitant z-z ne pouvait plus être repris que par les extrémités des ailes.



Pour être tout-à-fait complet, pour une section en double té, deux cas doivent être envisagés :

1. Le moment y-y ne plastifie pas toute l'âme : ce sera le cas si :  $M_{y,Ed} \leq \frac{A_w^2}{4t_w} f_y$ , ou  $\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,pl}} \leq \frac{A_w^2}{4W_{y,pl} \cdot t_w}$

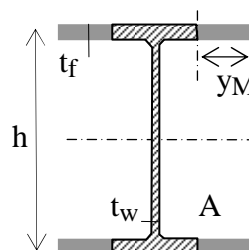
avec :  $A_w = (A - 2bt_f)$  et  $W_{y,pl}$  = le module plastique de la section complète autour de y-y.



La valeur  $z_M$  est fournie par l'équation :  $M_{y,Ed} = t_w \frac{(2z_M)^2}{4} f_y$ , ce qui donne :  $z_M = \sqrt{\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,pl}} \frac{W_{y,pl}}{t_w}}$

Le moment z-z peut alors être calculé par :  $\frac{M_{z,Ed}}{M_{z,pl}} = \frac{M_{z,pl} - 2z_M(t_w^2/4)f_y}{M_{z,pl}}$  ou  $\frac{M_{z,Ed}}{M_{z,pl}} = \left(1 - \frac{z_M \cdot t_w^2}{2W_{z,pl}}\right)$

2. Le moment y-y plastifie l'âme et une partie de la semelle : ce sera le cas si :  $\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,pl}} > \frac{A_w^2}{4W_{y,pl} \cdot t_w}$



La valeur  $y_M$  est fournie par l'équation :  $M_{y,Ed} = M_{y,pl} - 2y_M \cdot t_f(h - t_f) \cdot f_y$ , ce qui donne :

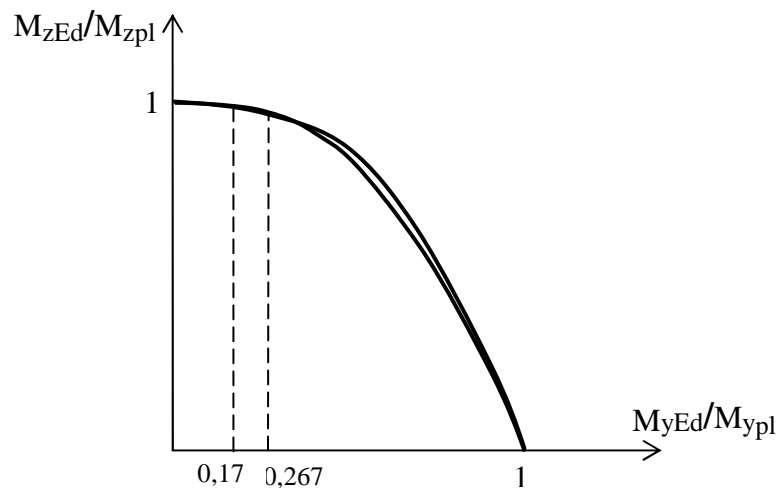
$$y_M = \frac{W_{y,pl}}{2t_f(h - t_f)} \left( 1 - \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,pl}} \right)$$

Le moment z-z peut alors être calculé par :  $\frac{M_{z,Ed}}{M_{z,pl}} = \frac{2y_M \cdot t_f \cdot f_y (b - y_M)}{M_{z,pl}}$  ou :  $\frac{M_{z,Ed}}{M_{z,pl}} = \frac{2y_M \cdot t_f (b - y_M)}{W_{z,pl}}$

Si on applique ces formules aux sections réelles utilisées précédemment (**HE300A** et **IPE360**), et que l'on trace leur diagramme d'interaction plastique « flexion (y-y)-flexion (z-z) », on obtient les résultats suivants :

$M_{y,Ed}/M_{y,pl}$		0,00	0,10	0,17	0,20	0,27	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
$M_{z,Ed}/M_{z,pl}$	HE300A	1,00	0,99	0,99	0,99		0,97	0,91	0,83	0,73	0,59	0,42	0,22	0,00
	IPE360	1,00	0,98		0,97	0,97	0,97	0,94	0,87	0,77	0,63	0,46	0,25	0,00

Les valeurs de  $M_{y,Ed}/M_{y,pl}$  de 0,17 et 0,27 (en réalité 0,267) sont les limites pour, respectivement, la HE300A et l'IPE360, à partir desquelles le moment (y-y) plastifie en partie les semelles !



## 8.3 Formules de l'Eurocode 3

### 8.3.1 Sections transversales de classes 1 et 2

Pour les sections de **classes 1 et 2**, l'Eurocode propose d'utiliser le critère suivant :

$$\left[ \frac{M_{y,Ed}}{M_{pl,y,Rd}} \right]^\alpha + \left[ \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}} \right]^\beta \leq 1$$

où  $M_{pl,y,Rd}$  et  $M_{pl,z,Rd}$  sont les moments résistants plastiques de calcul de la section, respectivement, autour des axes y-y et z-z et où  $\alpha$  et  $\beta$  ont les valeurs suivantes en fonction de la forme des sections :

$\alpha = 2$  et  $\beta = 1$  pour les sections en I ou H ;

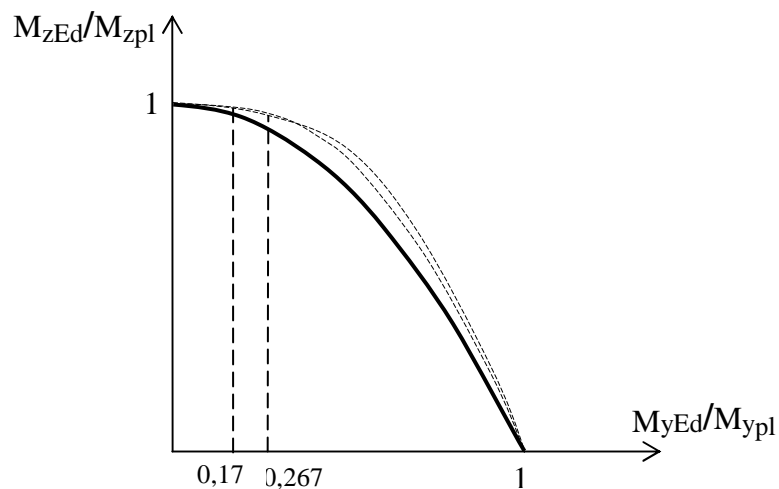
$\alpha = 2$  et  $\beta = 2$  pour les sections creuses circulaires ;

$\alpha = 1,66$  et  $\beta = 1,66$  pour les sections creuses rectangulaires.

Si on applique ces formules aux sections réelles utilisées précédemment (**HE300A** et **IPE360**), et que l'on trace leur diagramme d'interaction plastique « flexion (y-y)-flexion (z-z) », on obtient les résultats suivants, où on peut constater que

le critère de l'Eurocode est sécuritaire pour toutes les valeurs des rapports  $\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,pl}}$  et  $\frac{M_{z,Ed}}{M_{z,pl}}$ .

$M_{yEd}/M_{ypl}$		0,00	0,10	0,17	0,20	0,27	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
$M_{zEd}/M_{zpl}$	HE300A	1,00	0,99	0,97	0,96		0,91	0,84	0,75	0,64	0,51	0,36	0,19	0,00
	IPE360	1,00	0,99		0,96	0,93	0,91	0,84	0,75	0,64	0,51	0,36	0,19	0,00



### 8.3.2 Sections transversales de classes 3 et 4

Ces sections devant faire l'objet d'un calcul élastique, les formules de l'Eurocode s'y rapportant peuvent être considérées comme des cas particuliers (effort normal nul) des formules plus générales de la flexion composée bi-axiale, qui sera présentée plus loin.