

MA1 – COURS DE CHARPENTES METALLIQUES

LA VERIFICATION DES SECTIONS (2)

INSTITUT HEMES GRAMME

**Ir. Jacques Dehard
Professeur**

9. Interaction FLEXION – EFFORT NORMAL

9.1 Calcul élastique

Si dans la même section transversale, il existe simultanément, un moment de flexion M_{Ed} et un effort normal N_{Ed} , leur prise en compte dans un calcul élastique se basera sur la superposition des contraintes normales provenant de chacun des efforts séparément.

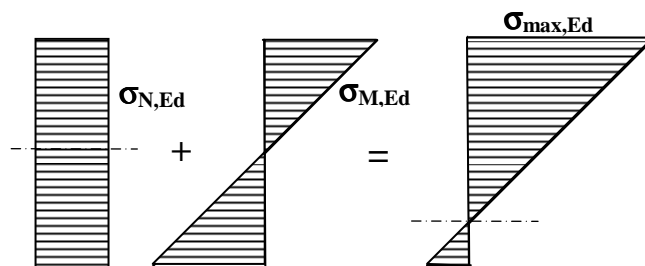
Le critère de résistance consistera alors, tout simplement, à limiter la plus grande contrainte ainsi obtenue au point le plus

critique de la section, à la valeur de calcul de la limite élastique de l'acier:

$$\sigma_{\max,Ed} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

S'il s'agit d'une section symétrique chargée dans son plan de symétrie, cette contrainte normale maximale due à l'effort

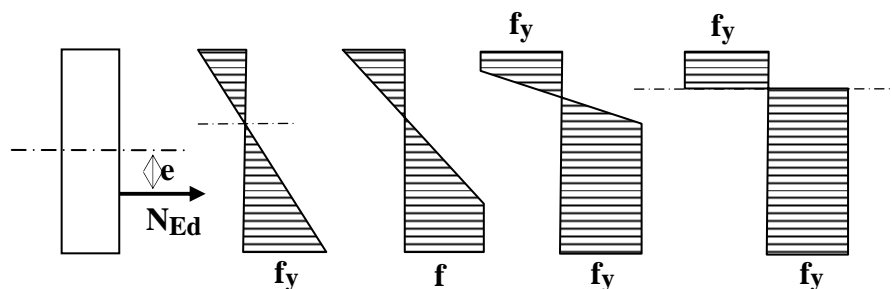
normal et au moment sera fournie par la formule :
$$\sigma_{\max,Ed} = \frac{N_{Ed}}{A} + \frac{M_{y,Ed} \cdot z}{I_y}$$



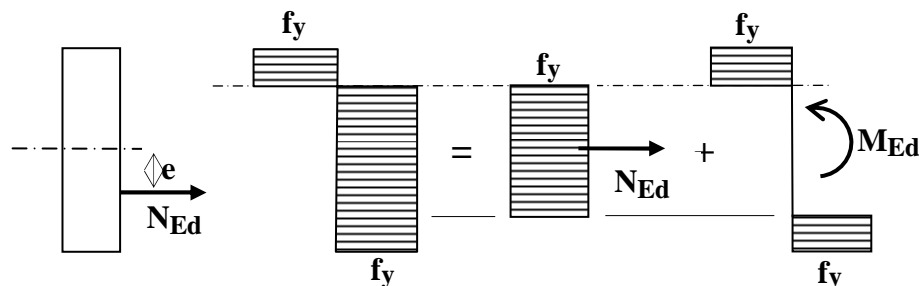
9.2 Calcul plastique

Considérons une section symétrique soumise à un effort normal excentré appliqué dans son plan de symétrie, soit un cas de **flexion composée**.

Lorsque l'effort normal augmente, la distribution des contraintes dans la section évolue de la manière indiquée ci-dessous : au départ d'un stade élastique, la plastification se propage d'un côté, à partir de la fibre où la limite élastique a été atteinte en premier lieu (stade élasto-plastique). La plastification débute alors aussi de l'autre côté et continue de se propager, pour aboutir à un état limite plastique où toutes les fibres atteignent la limite élastique. On remarquera qu'à ce stade final, la ligne neutre plastique occupe une position très différente de la ligne neutre élastique de départ !



En décomposant le diagramme des contraintes à l'état limite plastique comme montré ci-dessous, on voit aisément que la partie centrale du diagramme équilibre l'effort normal, et que les deux autres, de résultante axiale nulle, forment un couple et équilibrent le moment de flexion.

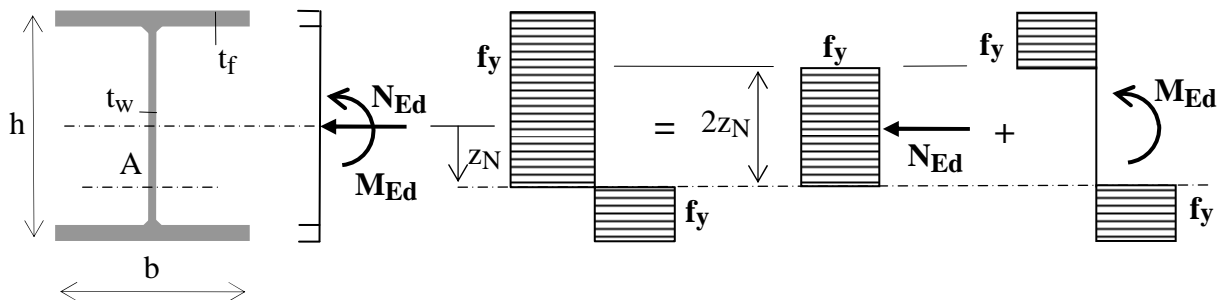


Cette décomposition montre aussi, clairement, que le moment ultime en présence d'un effort normal est inférieur au moment plastique de la section.

Dans le cas d'une section en double T, fléchie autour de son axe y-y, deux cas doivent être envisagés :

1. La fibre neutre plastique tombe dans l'âme : ce sera le cas si : $N_{Ed} \leq A_w \cdot f_y$, avec $A_w = (A - 2bt_f)$.

C'est-à-dire si : $N_{Ed} \leq (N_{pl} - 2bt_f f_y)$ avec $N_{pl} = A \cdot f_y$ ou $\frac{N_{Ed}}{N_{pl}} \leq 1 - \frac{2bt_f}{A}$, soit $\frac{N_{Ed}}{N_{pl}} \leq \frac{A - 2bt_f}{A}$



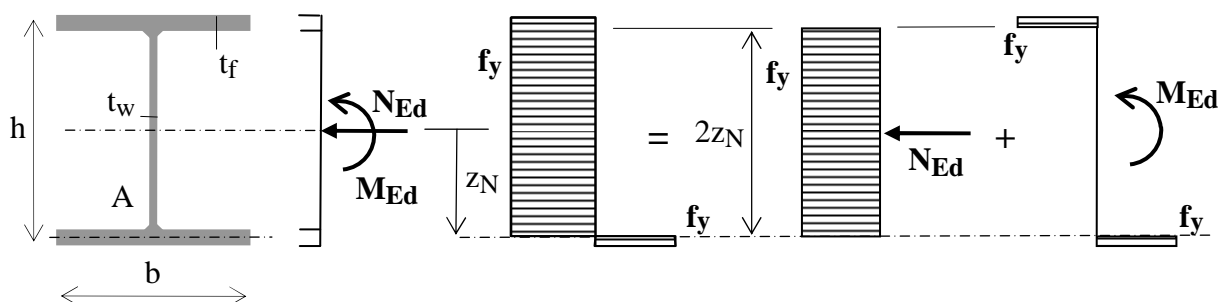
La position de la fibre neutre plastique est fournie par l'équation : $N_{Ed} = 2z_N \cdot t_w \cdot f_y$, ce qui donne : $z_N = \frac{N_{Ed}}{2t_w \cdot f_y}$

Le moment plastique réduit peut alors être calculé par : $M_{Npl} = M_{pl} - \frac{t_w (2z_N)^2}{4} \cdot f_y$, qui avec $z_N = \frac{N_{Ed}}{2t_w \cdot f_y}$

devient :

$$M_{Npl} = M_{pl} - \left(\frac{N_{Ed}}{N_{pl}} \right)^2 \cdot \frac{A^2 f_y}{4t_w}$$

2. La fibre neutre plastique tombe dans une semelle : ce sera le cas si $N_{Ed} > A_w \cdot f_y$, soit : $\frac{N_{Ed}}{N_{pl}} > \frac{A - 2bt_f}{A}$



La position de la fibre neutre plastique est fournie par l'équation : $N_{Ed} = A_w f_y + 2[z_N - 0,5(h - 2t_f)]b \cdot f_y$, ce qui donne :

$$z_N = \frac{N_{Ed} - (A_w f_y + 2bt_f \cdot f_y) + bh f_y}{2bf_y}, \text{ ou } z_N = \frac{h}{2} - \frac{(N_{pl} - N_{Ed})A}{2bf_y \cdot A}, \text{ ou } z_N = \frac{h}{2} - \frac{A}{2b} \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{pl}} \right)$$

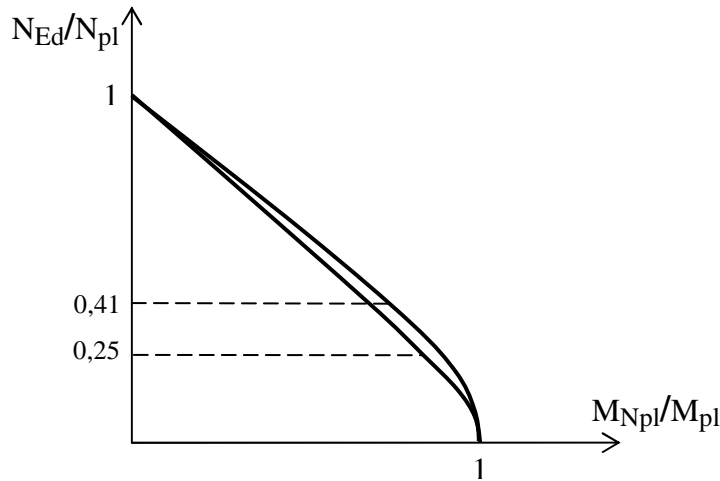
Le moment plastique réduit peut alors être calculé par : $M_{Npl} = b \left(\frac{h - 2z_N}{2} \right) \cdot f_y \cdot \left(\frac{h + 2z_N}{2} \right)$,

$$\text{ou : } M_{Npl} = \frac{b \cdot f_y}{4} (h^2 - 4z_N^2) \text{ avec } z_N = \frac{h}{2} - \frac{A}{2b} \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{pl}} \right).$$

Si on applique ces formules aux sections réelles utilisées précédemment, une HE300A et une IPE360, et que l'on trace leur diagramme d'interaction plastique « flexion (y-y)-effort normal », on obtient les résultats suivants :

N_{Ed}/N_{pl}		0,00	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
M_{Npl}/M_{pl}	HE300A	1,00	0,97	0,89	0,83	0,78	0,67	0,56	0,45	0,34	0,23	0,12	0,00
	IPE360	1,00	0,98	0,94		0,85	0,74	0,62	0,50	0,38	0,25	0,13	0,00

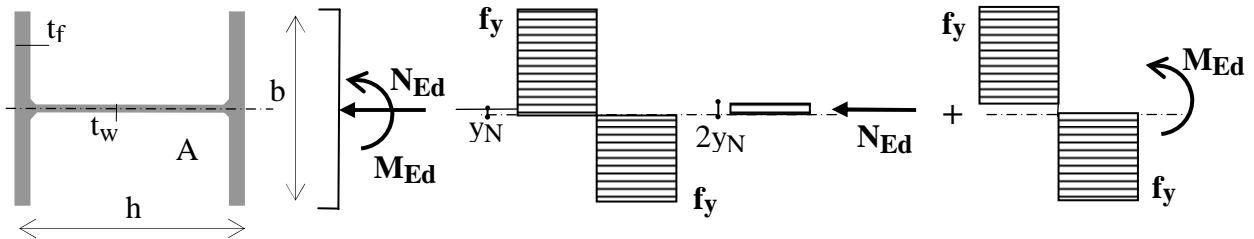
Les valeurs de N_{Ed}/N_{pl} de 0,25 et 0,40 (en réalité 0,41) sont les limites $(A - 2bt_f)/A$ pour, respectivement, la HE300A et l'IPE360, à partir desquelles la fibre neutre plastique tombe dans une semelle !



On peut remarquer que les courbes sont pratiquement linéaires à partir du moment où la fibre neutre plastique tombe dans une semelle.

Dans le cas d'une section en double T, fléchié autour de son axe z-z, deux cas doivent aussi être envisagés :

1. La fibre neutre plastique tombe dans l'âme : ce sera le cas si $y_N \leq \frac{t_w}{2}$.



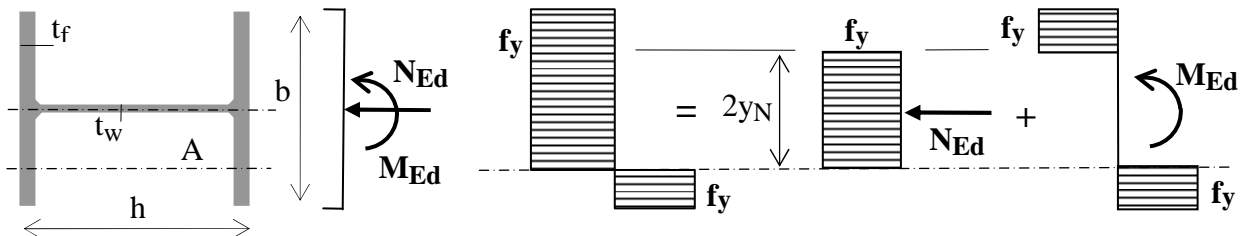
La position de la fibre neutre sera fournie par l'équation : $N_{Ed} = 2y_N \left(\frac{A - 2bt_f}{t_w} + 2t_f \right) f_y$, qui donne

$$y_N = \frac{N_{Ed} \cdot t_w}{(A - 2bt_f + 2t_f \cdot t_w) \cdot 2f_y} = \frac{N_{Ed} \cdot t_w}{2N_{pl} - 4t_f(b - t_w) \cdot f_y}, \text{ et finalement : } y_N = \frac{(N_{Ed}/N_{pl}) \cdot t_w}{2 - (4t_f/A)(b - t_w)}.$$

Le moment plastique réduit peut alors être calculé par l'équation :

$$M_{Npl} = M_{pl} - \left(\frac{A_w}{t_w} + 2t_f \right) \frac{4y_N^2}{4} \cdot f_y, \text{ ou : } M_{Npl} = M_{pl} - \frac{y_N^2}{t_w} (A_w + 2t_f t_w) \cdot f_y$$

2. La fibre neutre plastique tombe dans une semelle : ce sera le cas si $y_N > t_w$



La position de la fibre neutre plastique est fournie par l'équation : $N_{Ed} = (A - 2bt_f) \cdot f_y + 4y_N \cdot t_f \cdot f_y$, ce qui donne :

$$y_N = \frac{(N_{Ed} - N_{pl}) + 2bt_f \cdot f_y}{4t_f \cdot f_y}, \text{ ou } y_N = \frac{b}{2} + \frac{(N_{Ed} - N_{pl})N_{pl}}{4t_f \cdot f_y \cdot N_{pl}}, \text{ et finalement : } y_N = \frac{b}{2} - \frac{A}{4t_f} \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{pl}} \right)$$

Le moment plastique réduit peut alors être calculé par l'équation :

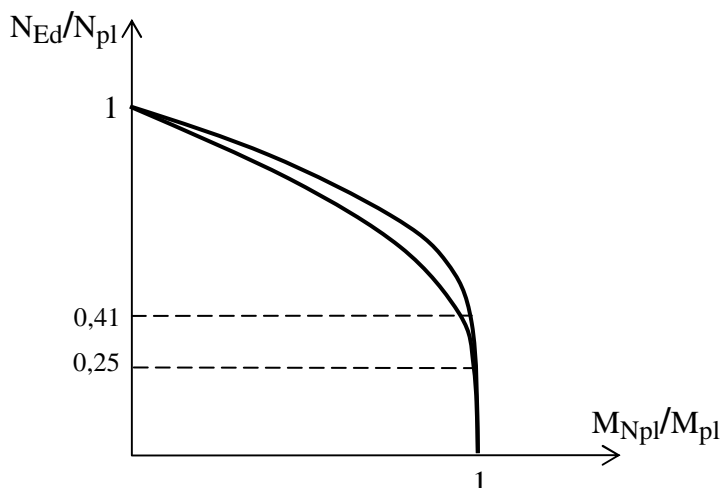
$$M_{Npl} = 2t_f \left(\frac{b - 2y_N}{2} \right) \cdot f_y \cdot \left(\frac{b + 2y_N}{2} \right), \text{ ou : } M_{Npl} = \frac{t_f \cdot f_y}{2} (b^2 - 4y_N^2)$$

Si on applique ces formules aux sections réelles utilisées précédemment, une HE300A et une IPE360, et que l'on trace

leur diagramme d'interaction plastique « flexion (z-z)-effort normal », on obtient les résultats suivants :

N_{Ed}/N_{pl}		0,00	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
M_{Npl}/M_{pl}	HE300A	1,00	1,00	0,99	0,99	0,99	0,95	0,88	0,78	0,64	0,46	0,25	0,00
	IPE360	1,00	1,00	0,99		0,98	0,97	0,94	0,87	0,73	0,54	0,30	0,00

Les valeurs de N_{Ed}/N_{pl} de 0,25 et 0,40 (en réalité 0,41) sont les limites, respectivement pour la HE300A et l'IPE360, pour lesquelles l'effort normal correspond à l'entièreté de l'âme !



On peut remarquer que la réduction du moment plastique autour de z-z est très faible tant que l'effort normal ne mobilise pas plus que la surface de l'âme.

9.3 Formules de l'Eurocode

9.3.1 Sections transversales de classes 1 et 2

Pour les sections de **classes 1 et 2**, le critère suivant doit être satisfait :

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$$

où $M_{N,Rd}$ est le moment résistant plastique de calcul réduit par l'effort normal N_{Ed} .

Pour les **profils en I ou H laminés** et les **sections en I ou H soudées à ailes égales**, fléchis autour de l'axe fort y-y, l'Eurocode 3 propose les formules simplifiées suivantes :

$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} \frac{(1-n)}{(1-0,5a)} \quad \text{mais :} \quad M_{N,y,Rd} \leq M_{pl,y,Rd}$$

et pour les **profils en I ou H laminés** et les **sections en I ou H soudées à ailes égales** fléchis autour de l'axe faible z-z:

$$\text{- pour } n \leq a : M_{N,z,Rd} \leq M_{pl,z,Rd}$$

$$\text{- pour } n > a : M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd} \left[1 - \left(\frac{(n-a)}{(1-a)} \right)^2 \right]$$

$$\text{où : } n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} \quad \text{et} \quad a = \frac{(A - 2bt_f)}{A} \leq 0,5$$

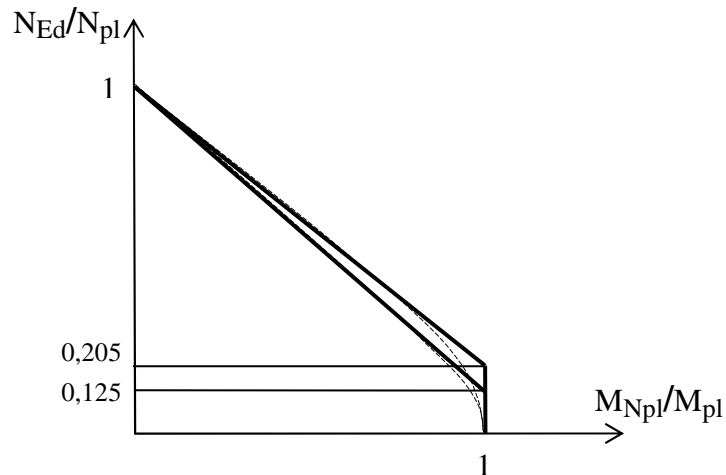
Dans le cas d'une **flexion autour de y-y**, le rapport $(1-n)/(1-0,5a)$ devant être inférieur ou égal à 1 en cas d'interaction, et a devant être inférieur ou égal à 0,5, il n'est donc pas nécessaire de considérer l'incidence de l'effort normal sur le moment résistant plastique lorsque les deux critères suivants sont satisfaits :

$$(1-n) \geq (1-0,5a), \text{ ou } n \leq 0,5a = 0,25, \text{ c'est-à-dire : } N_{Ed} \leq 0,25 N_{pl,Rd}$$

$$\text{ou } \frac{N_{Ed}}{N_{plRd}} \leq 0,5 \frac{A_w}{A}, \text{ c'est-à-dire : } N_{Ed} \leq 0,5 \frac{A_w f_y}{\gamma_{M0}}$$

Si on applique les formules précédentes de l'EC3 à des sections réelles comme une HE300A et une IPE360, et que l'on trace leur diagramme d'interaction plastique « flexion (y-y)-effort normal », on obtient les résultats suivants :

N_{Ed}/N_{pl}		0,00	0,10	0,125	0,205	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
M_{Npl}/M_{pl}	HE300A	1,00	1,00	1,00	0,92	0,80	0,69	0,57	0,46	0,34	0,23	0,11	0,00
	IPE360	1,00	1,00		1,00	0,88	0,75	0,63	0,50	0,38	0,25	0,13	0,00



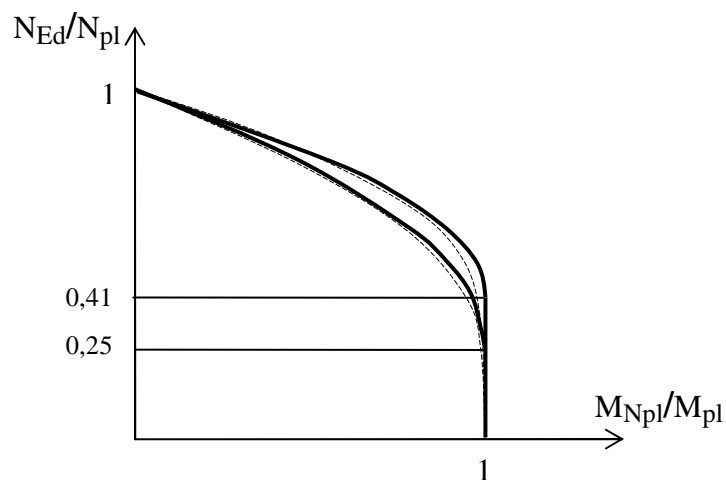
Cela revient donc à remplacer les courbes d'interaction non linéaires du calcul exact par des lignes brisées composées d'une droite oblique et d'une verticale d'abscisse unitaire et de hauteur $a/2$. Les formules de l'EC3 sont donc un peu moins sécuritaires pour les faibles efforts normaux mais il y a l'effet bénéfique de l'écrouissage non pris en compte.

Dans le cas d'une flexion autour de z-z, il y a interaction si n est supérieur à a . Il n'est donc pas nécessaire de considérer l'incidence de l'effort normal sur le moment résistant plastique lorsque les critères suivants sont satisfaits :

$$n \leq a = 0,5, \text{ c'est-à-dire : } N_{Ed} \leq 0,5 N_{pl,Rd} \text{ ou } \frac{N_{Ed}}{N_{plRd}} \leq \frac{A_w}{A}, \text{ c'est-à-dire : } N_{Ed} \leq \frac{A_w f_y}{\gamma_{M0}}$$

Si on applique les formules précédentes de l'EC3 à des sections réelles comme une HE300A et une IPE360, et que l'on trace leur diagramme d'interaction plastique « flexion (z-z)-effort normal », on obtient les résultats suivants :

N_{Ed}/N_{pl}		0,00	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
M_{Npl}/M_{pl}	HE300A	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,96	0,89	0,78	0,64	0,46	0,25	0,00
	IPE360	1,00	1,00	1,00		1,00	1,00	0,98	0,89	0,76	0,56	0,31	0,00



Cela revient donc à remplacer les courbes d'interaction non linéaires du calcul exact par des paraboles se raccordant tangentielllement à des droites verticales d'abscisse unitaire et de hauteur a . Les différences sont relativement faibles.

Pour les profils creux rectangulaires d'épaisseur uniforme et les caissons soudés à ailes égales et âmes égales,

l'Eurocode 3 propose les formules simplifiées suivantes :

$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} \frac{(1-n)}{(1-0,5a_w)} \quad \text{mais : } M_{N,y,Rd} \leq M_{pl,y,Rd}$$

$$M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd} \frac{(1-n)}{(1-0,5a_f)} \quad \text{mais : } M_{N,z,Rd} \leq M_{pl,z,Rd}$$

où : $n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}$, $a_w = \frac{(A-2bt)}{A} \leq 0,5$ et $a_f = \frac{(A-2ht)}{A} \leq 0,5$ pour **les sections creuses** :

$a_w = \frac{(A-2bt_f)}{A} \leq 0,5$ et $a_f = \frac{(A-2ht_w)}{A} \leq 0,5$ pour **les sections en caisson soudées**.

9.3.2 Sections transversales de classes 3 et 4

Ces sections devant faire l'objet d'un calcul élastique, les formules de l'Eurocode s'y rapportant peuvent être considérées comme des cas particuliers (moment y-y ou z-z nul) des formules plus générales de la flexion composée bi-axiale, qui sera présentée ci-après.

10 FLEXION BI-AXIALE AVEC EFFORT NORMAL

10.1 Calcul élastique

En s'inspirant, séparément, du cas de la flexion composée, et de celui de la flexion bi-axiale, on voit aisément que, dans le cas de la flexion bi-axiale avec effort normal ou flexion gauche composée, un calcul élastique se basera sur la superposition des contraintes normales provenant de chacun des deux moments composants $M_{y,Ed}$ et $M_{z,Ed}$, d'une part, et de la contrainte uniforme due à l'effort normal d'autre part. La fibre neutre sera donc oblique par rapport aux axes principaux et ne passera pas par le centre de gravité de la section.

Le critère de résistance consistera alors, tout simplement, à limiter la plus grande contrainte ainsi obtenue au point le plus

critique de la section, à la valeur de calcul de la limite élastique de l'acier: $\sigma_{\max,Ed} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$.

S'il s'agit d'une section symétrique cette contrainte normale maximale sera fournie par la formule :

$$\sigma_{\max,Ed} = \frac{N_{Ed}}{A} + \frac{M_{y,Ed} \cdot z}{I_y} + \frac{M_{z,Ed} \cdot y}{I_z}$$

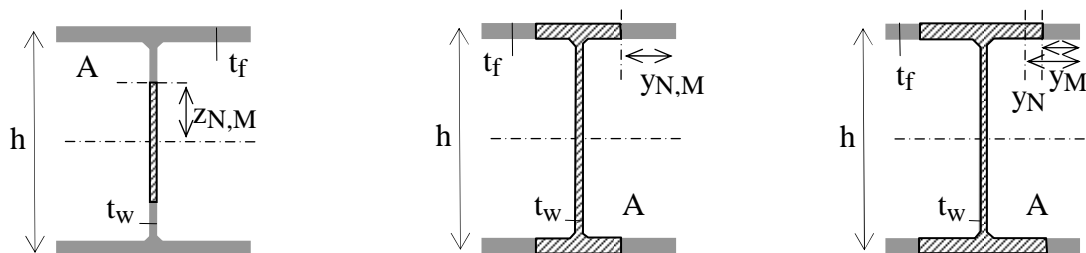
10.2 Calcul plastique

Dans ce cas, par référence au calcul plastique en flexion composée et en flexion gauche, on part également de l'état limite de la section complètement plastifiée, pour lequel la contrainte est, en tous points de la section, égale à la limite élastique f_y en compression ou en traction. Pour respecter l'équilibre de la section, la résultante de toutes ces contraintes doit correspondre à l'effort normal et leurs moments résultants autour des axes y-y et z-z doivent correspondre aux moments $M_{y,Ed}$ et $M_{z,Ed}$.

Un exemple d'une telle distribution de contraintes pour une section symétrique en double té s' imagine aisément et sera dessiné, en perspective, à titre d'exercice.

Différents cas sont à envisager :

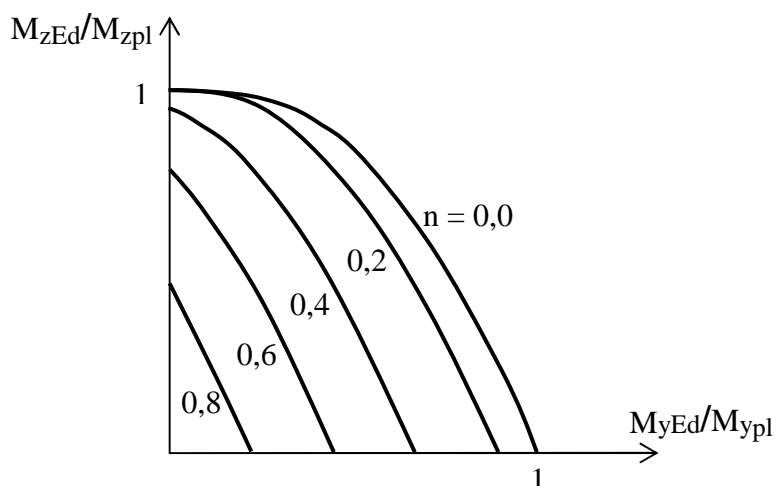
1. L'effort normal et le moment y-y ne plastifient qu'une partie de l'âme ;
2. L'effort normal ne plastifie qu'une partie de l'âme tandis que le moment y-y plastifie le reste, plus une partie des semelles ;
3. L'effort normal plastifie l'âme et une partie des semelles tandis que le moment y-y plastifie une partie supplémentaire des semelles.



Des calculs similaires aux cas de flexion gauche et de flexion composée peuvent être effectués, mais les relations d'interaction deviennent vite compliquées et elles n'ont pas été reprises dans ces notes.

Les calculs ont néanmoins été établis pour une section **HE300A**, et les résultats et diagrammes d'interaction plastique « flexion (y-y)-flexion (z-z) » pour différents niveaux d'effort normal ($n = N_{Ed} / N_{pl}$) obtenus sont les suivants :

n = 0,0	M_{yEd}/M_{yp1}	0,00	0,10	0,17	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
	M_{zEd}/M_{zpl}	1,00	0,99	0,99	0,99	0,98	0,97	0,92	0,83	0,73	0,59	0,42	0,23	0,00
n = 0,2	M_{yEd}/M_{yp1}	0,00	0,06	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,89	0,90
	M_{zEd}/M_{zpl}	0,99	0,99	0,99	0,96	0,94	0,91	0,83	0,72	0,58	0,41	0,21	0,01	0,00
n = 0,4	M_{yEd}/M_{yp1}	0,00	0,06	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60	0,67	0,67	0,67	0,67
	M_{zEd}/M_{zpl}	0,95	0,92	0,89	0,80	0,74	0,68	0,53	0,36	0,15	0,00	0,00	0,00	0,00
n = 0,6	M_{yEd}/M_{yp1}	0,00	0,06	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,44	0,44	0,44	0,44	0,44	0,44
	M_{zEd}/M_{zpl}	0,78	0,70	0,65	0,50	0,40	0,32	0,10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
n = 0,8	M_{yEd}/M_{yp1}	0,00	0,06	0,10	0,20	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22
	M_{zEd}/M_{zpl}	0,46	0,34	0,27	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00



10.3 Formules de l'Eurocode

10.3.1 Sections transversales de classes 1 et 2

Pour les sections de **classes 1 et 2**, l'Eurocode propose d'utiliser le critère suivant :

$$\left[\frac{M_{y,Ed}}{M_{N,y,Rd}} \right]^\alpha + \left[\frac{M_{z,Ed}}{M_{N,z,Rd}} \right]^\beta \leq 1$$

où $M_{N,y,Rd}$ et $M_{N,z,Rd}$ sont les moments résistants plastiques de calcul réduits par l'effort normal de calcul N_{Ed} de la section, respectivement, autour des axes y-y et z-z et où α et β ont les valeurs suivantes en fonction de la forme des sections :

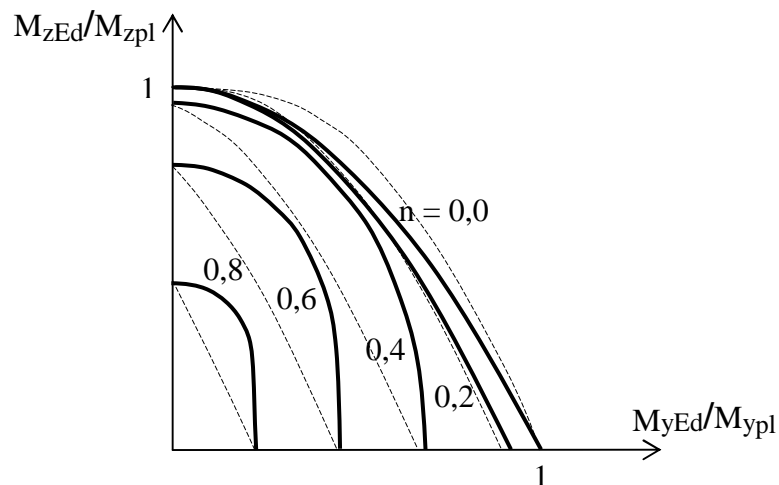
$\alpha = 2$ et $\beta = 5n$ avec $n = N_{Ed}/N_{pl,Rd}$ mais $\beta \geq 1$ pour les sections en I ou H ;

$\alpha = 2$ et $\beta = 2$ pour les sections creuses circulaires ;

$\alpha = \beta = \frac{1,66}{1 - 1,13n^2}$ mais $\alpha = \beta \leq 6$ pour les sections creuses rectangulaires.

Si on applique ces formules à la section réelle utilisée précédemment (HE300A), et que l'on trace le diagramme d'interaction plastique « flexion (y-y)-flexion (z-z) » pour différents niveaux d'effort normal ($n = N_{Ed}/N_{pl}$), on obtient les résultats suivants :

n = 0,0	M_{yEd}/M_{yp1}	0,00	0,10	0,17	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
	M_{zEd}/M_{zpl}	1,00	0,99	0,97	0,96	0,94	0,91	0,84	0,75	0,64	0,51	0,36	0,19	0,00
n = 0,2	M_{yEd}/M_{yp1}	0,00	0,06	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,92
	M_{zEd}/M_{zpl}	1,00	1,00	0,99	0,95	0,92	0,89	0,81	0,70	0,57	0,42	0,24	0,04	0,00
n = 0,4	M_{yEd}/M_{yp1}	0,00	0,06	0,10	0,20	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60	0,65	0,66	0,68	0,69
	M_{zEd}/M_{zpl}	0,96	0,96	0,95	0,92	0,89	0,87	0,78	0,66	0,47	0,31	0,27	0,14	0,00
n = 0,6	M_{yEd}/M_{yp1}	0,00	0,06	0,10	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,42	0,44	0,45	0,45	0,46
	M_{zEd}/M_{zpl}	0,78	0,78	0,77	0,73	0,70	0,65	0,59	0,49	0,43	0,33	0,30	0,26	0,01
n = 0,8	M_{yEd}/M_{yp1}	0,00	0,06	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18	0,19	0,20	0,21	0,22	0,23	0,23
	M_{zEd}/M_{zpl}	0,46	0,46	0,44	0,43	0,41	0,39	0,37	0,35	0,32	0,29	0,24	0,20	0,02



On peut constater que le critère de l'Eurocode n'est pas sécuritaire pour des valeurs de n moyennes et élevées ($> 0,2$). Il

semblerait que dans ces cas, la formule suivante soit plus adaptée :

$$\frac{M_{y,Ed}}{M_{N,y,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{N,z,Rd}} \leq 1$$

10.3.2 Sections transversales de classe 3

Comme vu précédemment, le comportement des sections de classe 3 est limité au domaine élastique.

Le critère de ruine d'une telle section, soumise à une flexion bi-axiale composée en l'absence d'effort tranchant, consistera donc à limiter la plus grande contrainte longitudinale locale dans la section, soit $\sigma_{x,Ed}$, à la valeur de calcul de la limite élastique f_y/γ_{M0} .

Ceci peut se traduire par la formule : $\sigma_{max,Ed} = \frac{N_{Ed}}{A} + \frac{M_{y,Ed}}{W_{él,y}} + \frac{M_{z,Ed}}{W_{él,z}} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$, ou encore :

$$\frac{N_{Ed}}{A \cdot f_y / \gamma_{M0}} + \frac{M_{y,Ed}}{W_{él,y} \cdot f_y / \gamma_{M0}} + \frac{M_{z,Ed}}{W_{él,z} \cdot f_y / \gamma_{M0}} \leq 1$$

où : A est l'aire de la section ;

$W_{él,y}$ et $W_{él,z}$ sont les modules de flexion élastiques de la section, respectivement autour de l'axe y et de l'axe z, correspondant au point critique de la section (soit à la fibre de contrainte élastique maximale).

10.3.3 Sections transversales de classe 4

Comme mentionné précédemment, la performance des sections de classe 4 est limitée, dans le domaine élastique, par le voilement de certaines de leurs parois. Le critère de ruine d'une telle section, soumise à une flexion bi-axiale composée en l'absence d'effort tranchant, consistera donc à limiter la plus grande contrainte longitudinale calculée avec les sections efficaces, soit $\sigma_{x,Ed}$, à la valeur de calcul de la limite élastique f_y/γ_{M0} .

Ceci peut se traduire par la formule : $\sigma_{max,Ed} = \frac{N_{Ed}}{A_{eff}} + \frac{M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny}}{W_{eff,y}} + \frac{M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz}}{W_{eff,z}} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$, ou

encore :

$$\frac{N_{Ed}}{A_{eff} \cdot f_y / \gamma_{M0}} + \frac{M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Ny}}{W_{eff,y} \cdot f_y / \gamma_{M0}} + \frac{M_{z,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{Nz}}{W_{eff,z} \cdot f_y / \gamma_{M0}} \leq 1$$

où : A_{eff} est l'aire efficace de la section en la supposant soumise à une compression uniforme ;

$W_{eff,y}$ et $W_{eff,z}$ sont les modules de flexion efficaces de la section, respectivement autour de l'axe y et de l'axe z, correspondant au point critique de calcul de la contrainte et déterminés en supposant la section soumise uniquement au moment exercé selon l'axe approprié ;

e_N est le décalage d'axe neutre approprié en supposant la section transversale soumise à la seule compression.

11. Interaction FLEXION – CISAILLEMENT – EFFORT NORMAL

11.1 Calcul élastique

Si dans la même section transversale, il existe simultanément, un ou deux moments de flexion ($M_{y,Ed}$ et $M_{z,Ed}$), un ou deux efforts tranchants ($V_{z,Ed}$ et $V_{y,Ed}$) et un effort normal (N_{Ed}), leur prise en compte dans un calcul élastique se basera sur la superposition des contraintes normales et tangentielles selon le critère de von Mises.

Le critère de résistance consistera alors, tout simplement, à limiter la contrainte de comparaison obtenue au point le plus

critique de la section, à la valeur de calcul de la limite élastique de l'acier : $\sigma_{c,Ed} = \sqrt{\sigma_{x,Ed}^2 + 3\tau_{Ed}^2} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$.

Les contraintes σ et τ seront fournies par les formules : $\sigma_{x,Ed} = \frac{N_{Ed}}{A} + \frac{M_{y,Ed} \cdot z}{I_y} + \frac{M_{z,Ed} \cdot y}{I_z}$

et $\tau_{Ed}^2 = \tau_{xz,Ed}^2 + \tau_{xy,Ed}^2$ avec $\tau_{xz,Ed} = \frac{V_{z,Ed} \cdot S_y}{I_y \cdot t}$ et $\tau_{xy,Ed} = \frac{V_{y,Ed} \cdot S_z}{I_z \cdot t}$.

11.2 Formules de l'Eurocode 3

L'EC3 propose toujours la même règle pour tenir compte de l'effet de la présence d'un effort tranchant qui s'ajouterait à une combinaison d'un effort normal et d'un moment.

Lorsque la valeur de calcul de l'effort tranchant (V_{Ed}) est inférieure à la moitié de la valeur de calcul de la résistance plastique au cisaillement ($V_{pl,Rd}$), il n'est pas nécessaire de réduire les résistances (M_{NRd}) définies pour les combinaisons « flexions et effort normal », sauf lorsque le voilement par cisaillement réduit la résistance de la section (voir l'EN 1993-1-5).

Dans le cas contraire, donc si $V_{Ed} > 0,5V_{pl,Rd}$, il convient de calculer une valeur du moment résistant plastique réduit $M_{NV,Rd}$, égale à la résistance de calcul de la section transversale aux combinaisons de moments et d'effort normal, déterminée en utilisant, pour l'aire de cisaillement, une limite d'élasticité réduite f_{yr} , avec :

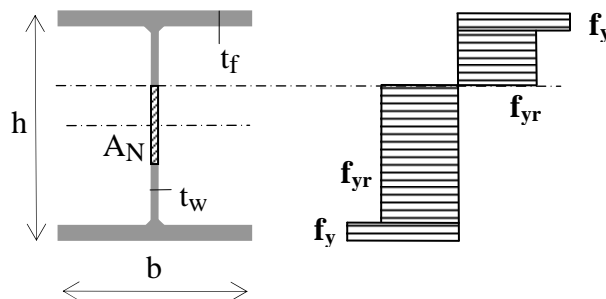
$$f_{yr} = (1 - \rho)f_y, \text{ et } \rho = \left(\frac{2V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2.$$

La valeur de calcul de ce moment plastique réduit ne peut être supérieure à $M_{c,Rd}$ (valeur de la résistance à la flexion composée tenant compte des classes)! Ceci laisse donc supposer que les formules précédentes sont valables quelle que soit la classe des sections, celle-ci intervenant dans la limitation $M_{NV,Rd} \leq M_{c,Rd}$!

La condition de résistance s'écrit donc :

$$\frac{M_{Ed}}{M_{NV,Rd}} \leq 1$$

Pour les sections transversales en double T à semelles égales et fléchies selon l'axe fort, le moment résistant plastique réduit de calcul, prenant en compte un effort normal (N_{Ed}) et un effort tranchant ($V_{z,Ed}$) peut être calculé à l'aide d'une formule établie de la façon suivante:



Si $N_{Ed} \leq \frac{A_w \cdot f_{yr}}{\gamma_{M0}}$ (c'est-à-dire si l'âme suffit pour équilibrer l'effort normal), on pose alors $A_N = \frac{N_{Ed}}{f_{yr}/\gamma_{M0}}$.

Et on peut écrire :

$$M_{NV,y,Rd} = \frac{W_{pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} - \frac{W_{w,pl} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} + (W_{w,pl} - W_{A_N,pl})(1 - \rho) \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$= (W_{pl} - \rho W_{w,pl} - (1 - \rho) W_{A_N,pl}) f_y / \gamma_{M0}$$

Dans le cas des sections « reconstituées soudées » et si on néglige les congés dans les sections laminées :

- le module plastique de l'âme $W_{w,pl}$ est égal à $\frac{t_w \cdot h_w^2}{4}$, ou à $\frac{A_w^2}{4t_w}$ avec $A_w = h_w \cdot t_w$ et $h_w = (h - 2t_f)$.

Si on veut tenir compte des congés dans les sections laminées, on pourra prendre: $A_w = (A - 2b t_f)$.

- le module plastique de la zone A_N , $W_{A_N,pl}$ est égal à $t_w \cdot \frac{(A_N/t_w)^2}{4}$, ou à $\frac{N_{Ed}^2}{4t_w (f_{yr}/\gamma_{M0})^2}$.

Finalement, on peut écrire : $M_{NV,y,Rd} = \left[W_{pl} - \rho \frac{A_w^2}{4t_w} - (1-\rho) \frac{N_{Ed}^2}{4t_w (f_{yr}/\gamma_{M0})^2} \right] \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$, ou :

$$M_{NV,y,Rd} = \left[W_{pl} - \frac{1}{4t_w} \left(\rho A_w^2 + \frac{N_{Ed}^2}{(1-\rho)(f_y/\gamma_{M0})^2} \right) \right] \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \leq M_{c,y,Rd}$$

où $M_{c,y,Rd}$ est la résistance en flexion composée calculée en tenant compte des classes de sections !