

MA1 – COURS DE CHARPENTES METALLIQUES

LES ELEMENTS FLECHIS

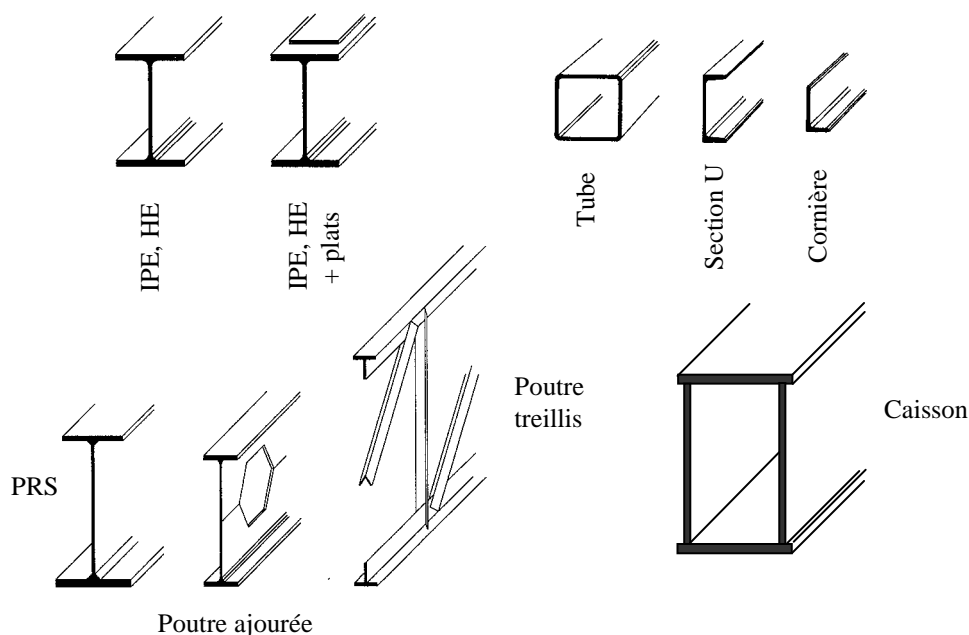
INSTITUT HEMES GRAMME

**Ir. Jacques Dehard
Professeur**

1. Introduction

Les poutres fléchies sont les éléments les plus fondamentaux et les plus courants en construction métallique. Toute une variété de formes de profilés et de type de poutres peut être utilisée selon la portée de l'élément et l'importance de son chargement. Le tableau suivant reprend une brève description des différents types de poutres pour diverses applications :

Type de poutre	Plage de portées (m)	Applications
1. Cornières	1 - 4	utilisées pour les linteaux, les supports de parement, les lisses de bardage, ... etc., lorsqu'il s'agit de ne soutenir que des charges légères.
2. Profils formés à froid	1 - 10	utilisés pour les pannes de toiture, les lisses de façades, les petites charpentes... etc., lorsqu'il s'agit de ne soutenir que des charges modérées.
3. Profils laminés Ex. : IPE, UPN, HE, ...	1 - 35	type de profil le plus fréquemment utilisé, dont les proportions ont été choisies pour éliminer divers types de ruine ; en général, raidissage d'âme non nécessaire.
4. Poutres en treillis	15 - 100	réalisées au moyen de cornières, de profils laminés ou de tubes utilisés comme membrures et diagonales; résistance bien adaptée aux sollicitations ; utilisées pour leur légèreté.
5. Poutres ajourées	6 - 35	utilisées pour les longues travées et/ou les charges modérées bien réparties ; hauteur augmentée par rapport aux profils laminés de base ; les ouvertures de l'âme peuvent être utilisées pour le passage des équipements, ... etc.
6. Profilés composés Ex. : IPE + UPN ou munis de plats « renforts »	5 - 25	utilisés lorsqu'un profil laminé unique n'offre pas une capacité suffisante; renforts souvent disposés de sorte à offrir une meilleure résistance à la flexion verticale mais souvent aussi horizontale.
7. Poutres reconstituées soudées (PRS)	10 - 100	fabriquées en assemblant des tôles ou plats par soudage, parfois automatiquement; hauteur d'âme jusqu'à 3-4m et possibilité d'inertie variable ; raidissage nécessaire pour les grandes hauteurs.
8. Poutres en caisson	15 - 200	fabriquées à partir de tôles ou plats de manière à obtenir des sections fermées uni- ou multicellulaire ; raidies en cas de grandes dimensions; utilisées en raison de leurs bonnes caractéristiques de rigidités transversale et de torsion.



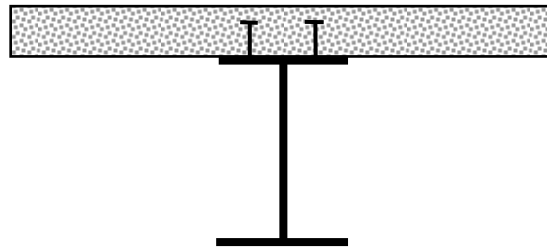
Rem.: les règles spécifiques au calcul des poutres ajourées et en treillis ne sont pas reprises dans les présentes notes.

2. Poutres maintenues latéralement

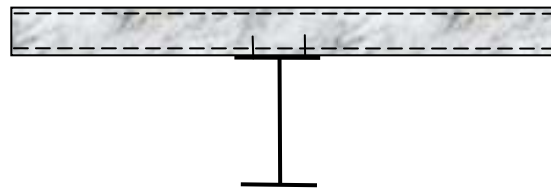
Les poutres en acier qui sont empêchées de se déplacer latéralement sont dites « maintenues latéralement » et ne sont pas affectées par le phénomène d'instabilité par flexion latérale et torsion appelé « déversement » (flambement latéral de la semelle comprimée, hors du plan principal de flexion). De telles poutres doivent simplement faire l'objet, à l'ELU, d'une vérification de la résistance au(x) moment(s) de flexion et à(aux) l'effort(s) tranchant(s) de leur section transversale. Il est donc particulièrement important d'identifier de telles poutres.

Les poutres peuvent être considérées comme maintenues latéralement si :

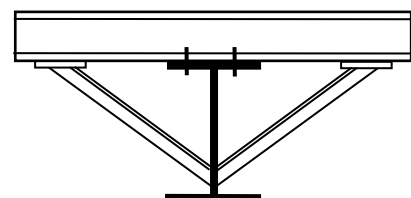
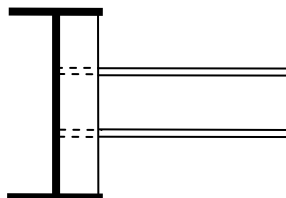
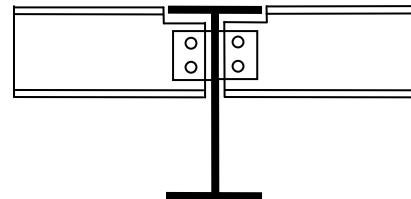
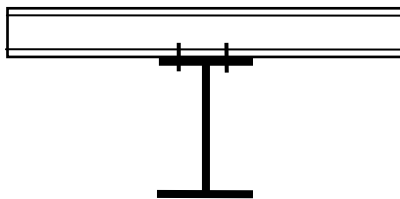
- un maintien latéral continu de la semelle comprimée est réalisé, par exemple par une véritable fixation d'un système de plancher sur la semelle supérieure d'une poutre à appuis simples (de nombreux concepteurs considèrent que le frottement généré entre une dalle en béton et la semelle d'une poutre en acier constitue une véritable fixation). Il faut noter qu'un blocage latéral de la semelle tendue est pratiquement inutile et ne permet pas de considérer que la poutre est maintenue latéralement !



- un maintien approprié continu contre la torsion de la section est réalisé, théoriquement à n'importe quel niveau (mais de préférence au niveau de la semelle comprimée), par exemple, par des tôles nervurées fixées efficacement sur des profilés de faible hauteur (≤ 200 mm) ;



- il existe des éléments ou dispositifs de contreventement latéral de la membrure comprimée ou de maintien de la section contre la torsion, « suffisamment rapprochés » (pannes, poutres transversales, bracons). Dans ce cas, l'élancement selon l'axe faible de la poutre fléchie sera suffisamment petit.



Il faut signaler, en outre, que les profils fléchis selon leur axe faible ne peuvent présenter une ruine par déversement et il est peu probable que les profils offrant des rigidités latérales et de torsion élevées (par exemple les caissons et sections creuse rectangulaires) présentent également ce mode de ruine.

Dans la pratique, il est de la responsabilité du concepteur de s'assurer que les dispositions constructives sont conformes à l'hypothèse de maintien latéral ou en rotation, notamment en ce qui concerne la raideur, le blocage et l'entretoisement propres des éléments sur lesquels on compte.

Dans bon nombre de cas, les conditions de maintiens latéraux le long des poutres fléchies sont difficiles à interpréter et il est malaisé pour le concepteur d'évaluer leur réelle efficacité. Par exemple, lorsque :

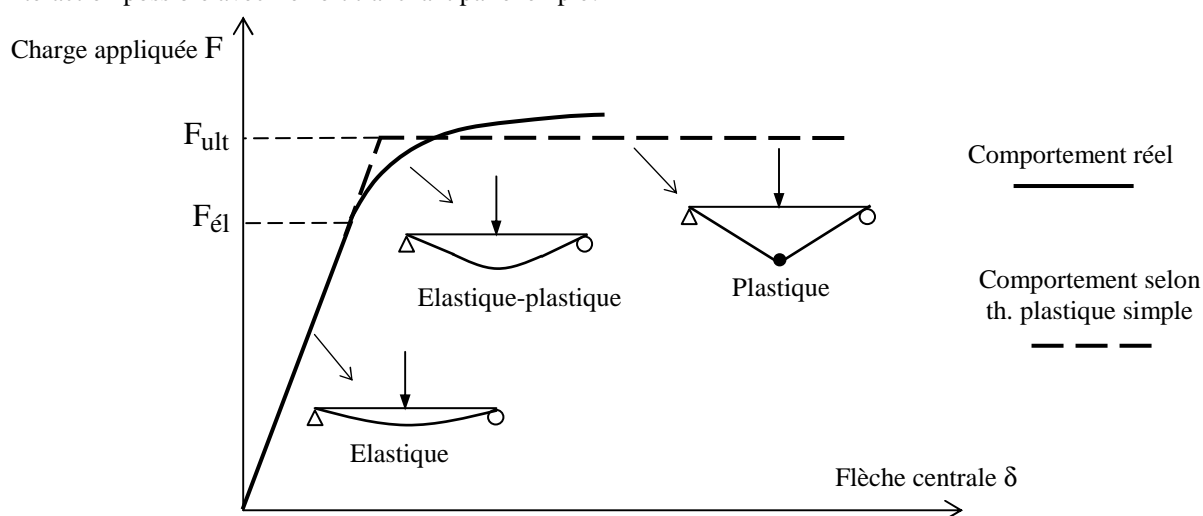
- une traverse à mi-longueur de plusieurs poutres fléchies parallèles n'est pas, elle-même, reliée à un contreventement qui assure son propre blocage ;
- une couverture en tôles n'est pas fixée fermement aux poutres (points de soudure ou clous tirés par exemple);
- les pièces d'entretoisement sont fixées sur, ou à proximité, de la semelle tendue ;
- des pièces de bois posent sur la poutre sans liaison ferme, ...etc.

Par sécurité, toutes ces situations seront considérées comme des cas de poutres non maintenues latéralement à moins que l'on ne puisse estimer (prudemment), pour en tenir compte, la rigidité de ces supports (ressorts élastiques).

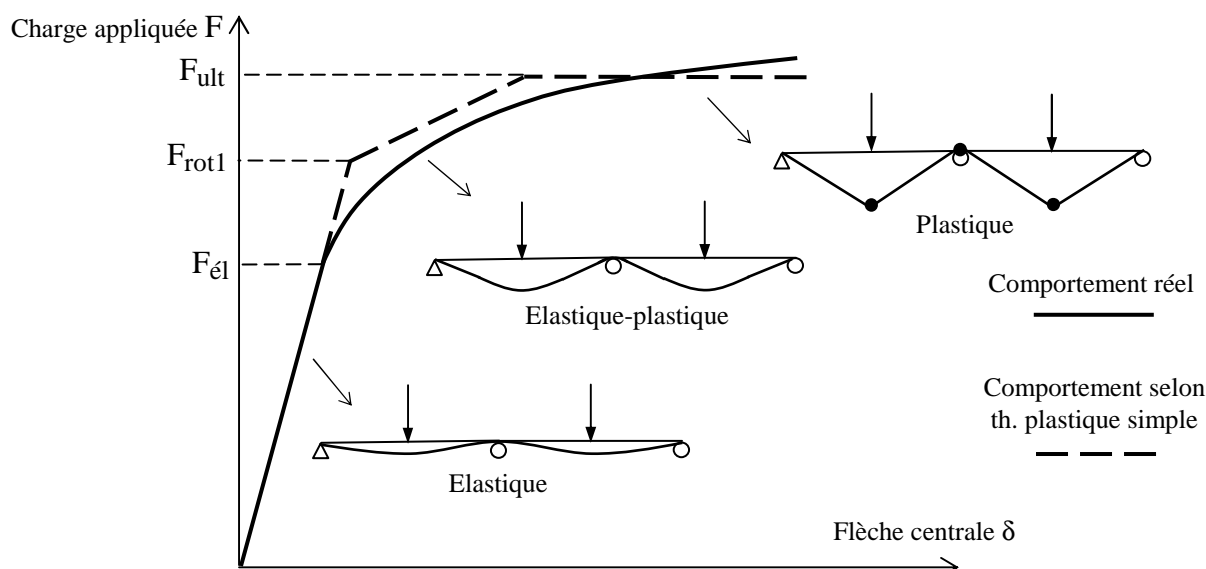
Une attention toute particulière sera également accordée aux différentes phases de construction des ouvrages, phases durant lesquelles, tous les supports ne sont pas nécessairement en place !

2.1 Résistance en flexion

Dans une poutre simple à travée unique, la ruine survient lorsque la valeur du moment fléchissant M_{Ed} dépasse le moment de résistance de la section transversale, dont la grandeur dépend de la forme du profil, de la résistance du matériau et de la classification de la section. On est donc ramené à un problème de vérification de section avec interaction possible avec l'effort tranchant par exemple!

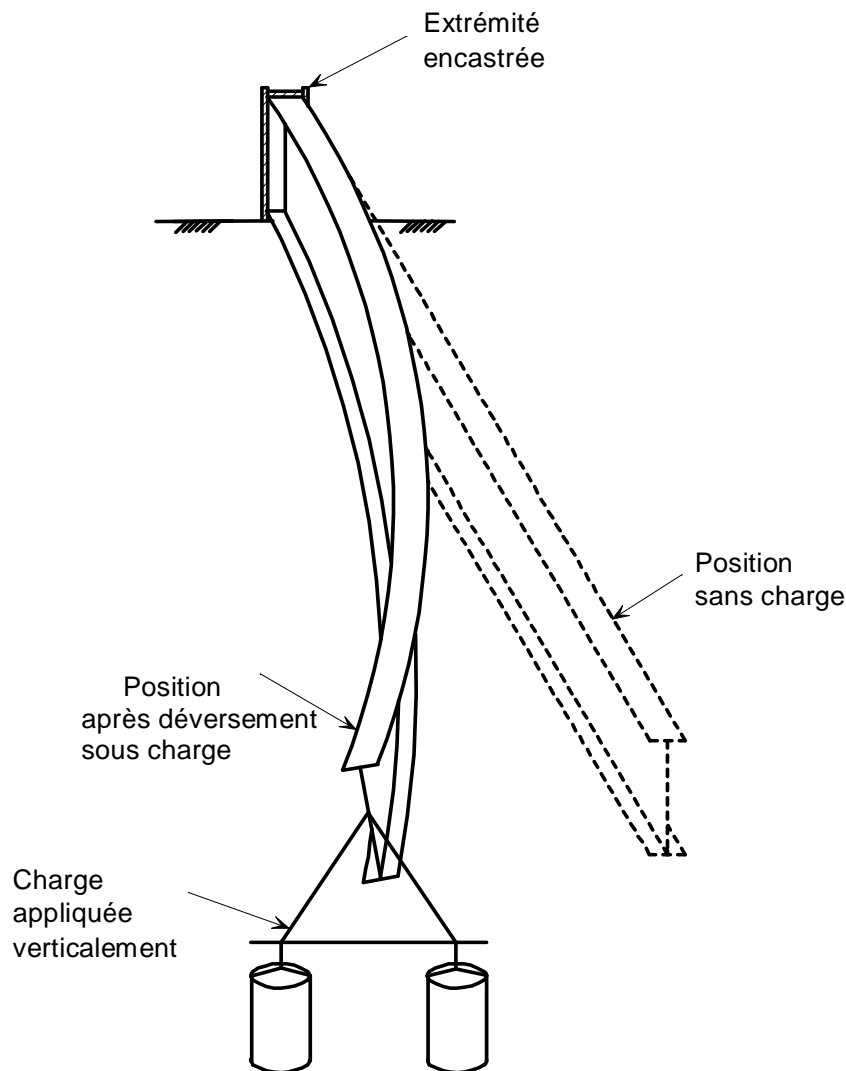


Dans le cas de structures continues (hyperstatiques) l'atteinte du moment de résistance de la section transversale, au point de moment maximum obtenu par une analyse élastique, ne conduit généralement pas à l'effondrement. En effet, la section transversale se comporte à ce point comme une **rotule plastique** et, à condition qu'elle possède la capacité de rotation requise, le schéma de répartition élastique originale des moments dans la structure se modifie au fur et à mesure que se forment des rotules plastiques successives. La redistribution des moments permet à la structure de supporter des charges au-delà de celle qui a provoqué la première rotule, jusqu'à ce qu'il se forme un nombre suffisant de rotules pour transformer la structure **en mécanisme**. Un dimensionnement plastique prend ce comportement en compte. Dans ce cas on exige une section transversale de **classe 1** capable de rotation tout en transmettant le moment de résistance plastique!



3. Poutres non maintenues latéralement

Les poutres fléchies sont souvent constituées de profilés en double T, dont l'inertie transversale (axe faible z-z) est largement inférieure à celle relative à l'axe fort y-y. Cette situation est souvent la cause d'un phénomène d'instabilité appelé « déversement » si la poutre n'est pas maintenue latéralement. Le dessin ci-dessous illustre ce phénomène.



Il s'agit d'une poutre parfaitement encastrée, chargée verticalement à son extrémité libre.

Pour une charge faible, la poutre se déforme verticalement tout en restant dans le plan principal de flexion autour de son axe fort y-y. Au fur et à mesure que la charge augmente, la compression dans la semelle inférieure augmente et la partie comprimée du profilé finira par se dérober latéralement : la poutre déverse, ce qui fait subir à chaque section (en plus de la déformée verticale) une translation horizontale accompagnée d'une rotation autour de son centre de rotation.

Ce mode de ruine se produit pour une charge (appelée charge ultime) généralement inférieure à celle qui produirait la plastification de la section au droit de l'encastrement.

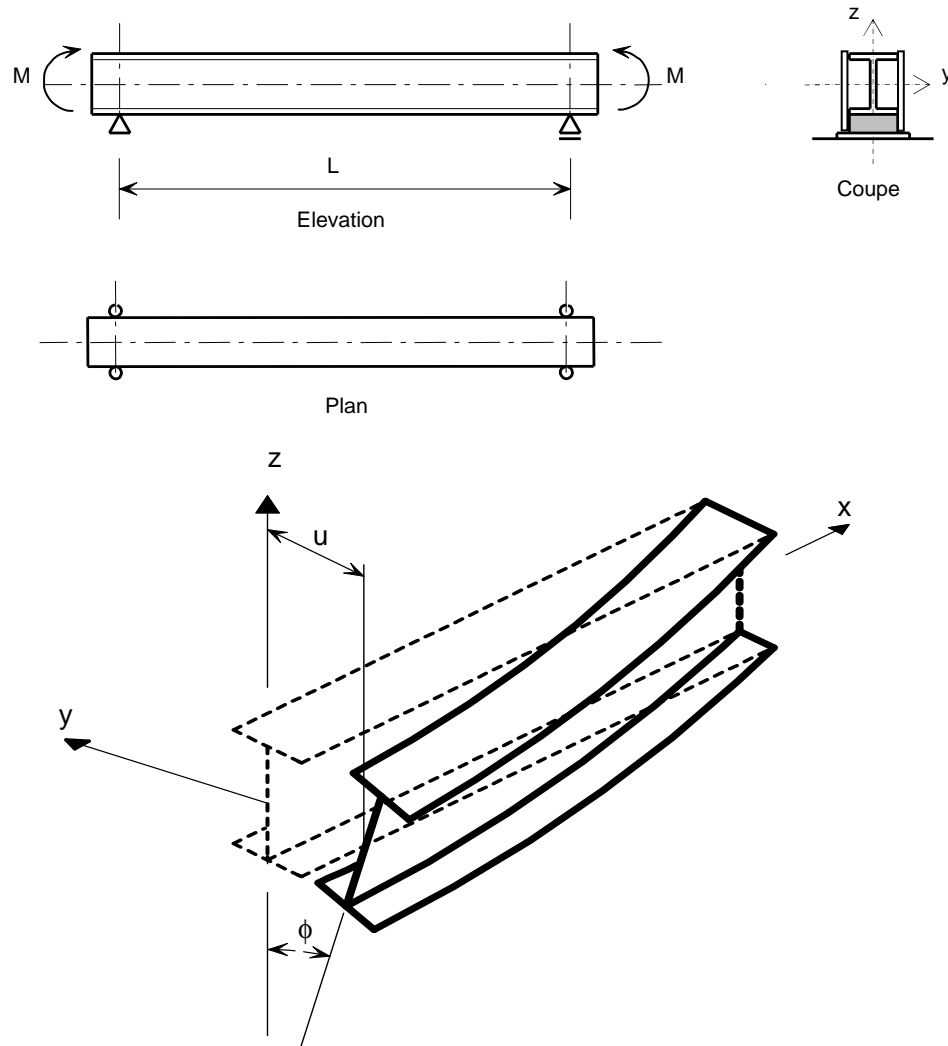
On pourrait considérer le déversement comme un flambement latéral de la semelle comprimée de la poutre dans un plan horizontal ! Cette façon de voir les choses est trop simpliste et trop sécuritaire. En effet, à supposer que la moitié inférieure de la section ait tendance à flamber latéralement, elle n'est pas libre de le faire vu sa continuité avec la moitié supérieure tendue qui exige que la totalité de la section subisse une rotation. Ce raisonnement simple montre déjà que la résistance au déversement fera intervenir la rigidité de flexion transversale et la rigidité torsionnelle de la section.

Une approche de dimensionnement des poutres sensibles à la ruine par déversement doit nécessairement prendre en compte un grand nombre de facteurs (forme de section, degré de maintien latéral, type de chargement, imperfections initiales, contraintes résiduelles) et elle est donc relativement complexe. Il est instructif d'étudier tout d'abord un modèle fondamental simple selon la théorie élastique linéaire pour ensuite le développer de sorte à inclure des cas plus généraux.

3.1 Déversement élastique d'une poutre simple en flexion pure

Considérons le cas fondamental de la poutre droite à section en double T, sollicitée en flexion pure, reposant à ses extrémités sur des appuis simples empêchant toute rotation autour de l'axe longitudinal de la poutre et tout déplacement transversal mais autorisant la rotation autour de l'axe vertical z-z (appuis à fourche).

Supposons que la poutre, de section constante et indéformable, est parfaitement rectiligne, avec une âme parfaitement plane et verticale, sans imperfections structurales (contraintes résiduelles, ... etc), et faite d'un matériau infiniment élastique linéaire. De plus, la poutre n'est pas maintenue latéralement sur sa longueur entre ses appuis.



Dans de telles conditions, et pour des valeurs du moment de flexion M faibles, la poutre fléchira dans le plan vertical sans déplacement hors du plan, jusqu'à ce que le moment M appliqué atteigne une valeur critique appelée « moment critique de déversement » pour laquelle la poutre se dérobera soudainement par fléchissement latéral et torsion, comme le montre le dessin ci-dessus pour une demi-longueur de poutre.

Ce moment nécessaire pour provoquer le déversement dans le domaine élastique, le **moment critique élastique M_{cr}** , peut être déterminé selon la théorie élastique linéaire, en écrivant les conditions d'équilibre à l'état déformé de la poutre. Ces calculs, basés sur le modèle d'instabilité par bifurcation d'équilibre, sortent du cadre des présentes notes, mais fournissent l'expression finale suivante :

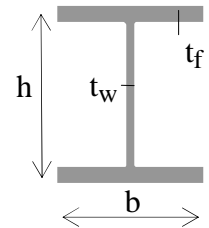
$$M_{cr} = \frac{\pi^2 E I_z}{L^2} \sqrt{\left[\frac{E I_w}{E I_z} + \frac{L^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} \right]}$$

où : L est la longueur de déversement, c'est-à-dire la distance entre deux sections droites entretoisée contre une rotation ou contre un déplacement latéral de la semelle comprimée ;

EI_z est la rigidité de flexion latérale ;

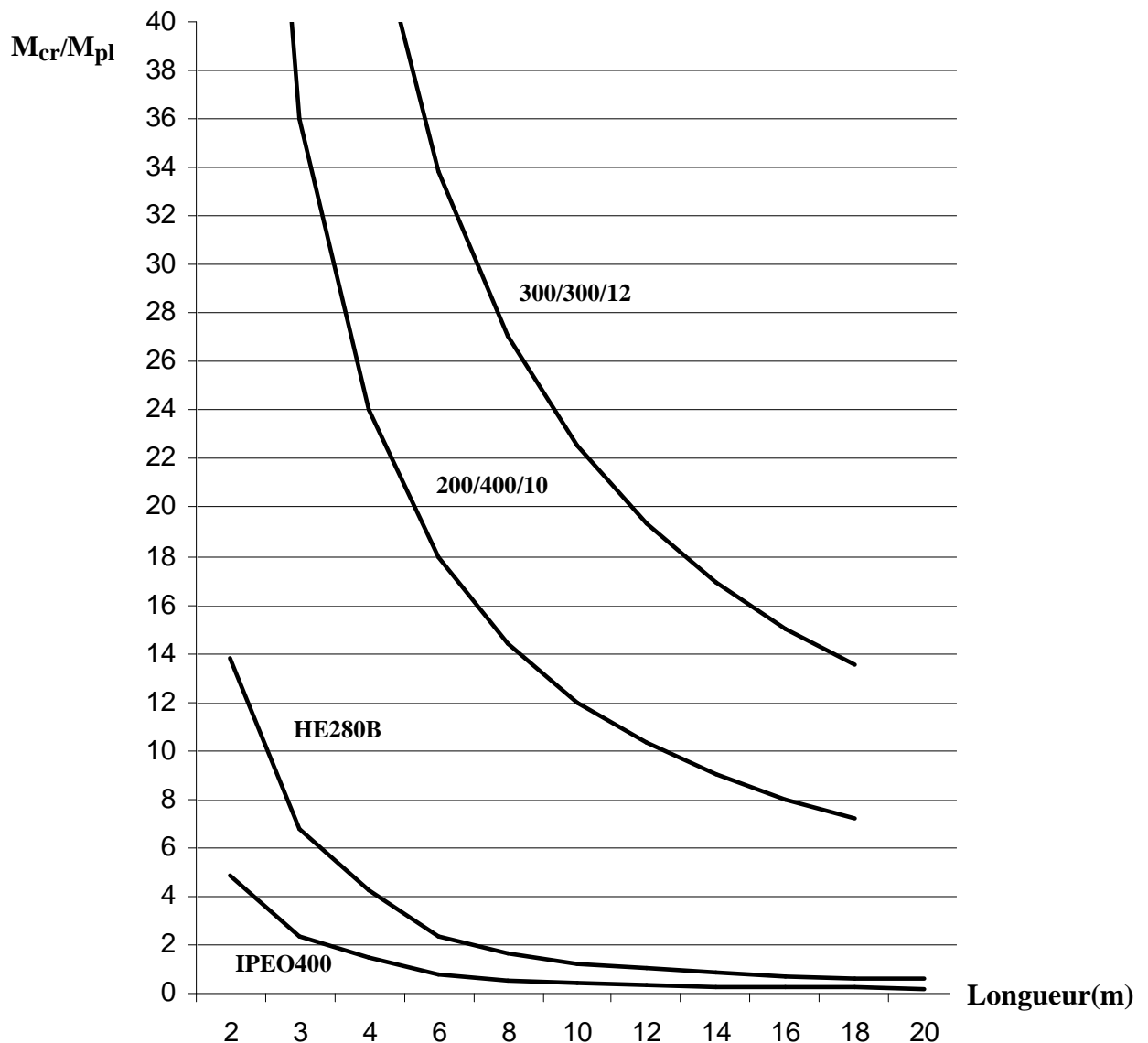
GI_t est la rigidité de torsion uniforme, avec $I_t = \frac{1}{3} (2b.t_f^3 + (h - 2t_f).t_w^3)$

EI_w est la rigidité de torsion non uniforme (de gauchissement), avec $I_w = I_z \cdot \frac{(h - t_f)^2}{4}$



La présence de la rigidité de flexion latérale (EI_z) et des rigidités de torsion (GI_t et EI_w) dans l'équation du moment critique est une conséquence directe des composantes latérales, et de torsion, des déformations du déversement. L'importance relative de ces paramètres reflète le type de section transversale considéré. Ainsi le moment critique élastique d'un profil en caisson (qui possède des rigidités de flexion latérale et de torsion uniforme importantes) sera beaucoup plus élevé que celui des profils ouverts de diverses formes (dont les rigidités de flexion latérale et de torsion uniforme sont faibles). De même, parmi ces derniers, ce sont les profils à larges ailes qui présenteront les meilleures résistances au déversement, ou encore mieux, les sections composées pour lesquelles les éléments de renfort sont ajoutés loin de l'axe faible $z-z$!

Le graphique suivant montre les résultats des calculs du rapport du moment critique sur le moment plastique (M_{cr}/M_{pl}) dans le cas de poutres de différentes longueurs, sur deux appuis à fourche, soumises à flexion pure. Quatre sections, de moment plastique $M_{y,pl}$ sensiblement égal à 354 kN.m, ont été utilisées : IPEO400, HE280B, Tubes ou Caissons de 200/400/10 et 300/300/12. Ils illustrent parfaitement ce qui est dit plus avant !



3.2 Moment critique de déversement élastique

Le cas particulier précédent de la poutre à section doublement symétrique, sur appuis à fourche et en flexion pure, se rencontre rarement en pratique dans une structure. En effet :

- les appuis peuvent être des encastrements (souvent des encastrements élastiques) à la flexion et à la torsion et peuvent empêcher totalement ou partiellement le gauchissement ;
- les charges extérieures (appliquées au-dessus ou en-dessous du centre de torsion de la section) provoquent presque toujours une variation des moments le long de la poutre ;
- la section peut être dissymétrique.

C'est pourquoi des chercheurs ont proposé une formule de calcul plus générale, basée sur les mêmes hypothèses de la théorie élastique linéaire, mais, tenant compte de manière plus détaillée, du type de chargement et de son niveau d'application, des conditions d'appui et de la forme de la section.

Dans le cas d'une poutre à section constante mono-symétrique (c'est-à-dire présentant une symétrie seulement autour de l'axe faible vertical), l'expression générale du moment critique élastique correspondant à une flexion autour de l'axe fort est assez complexe (coefficients supplémentaires C_3 et Z_j) et n'est pas reprise dans les présentes notes.

Dans le cas d'une poutre à section constante bi-symétrique (c'est-à-dire à semelles égales), l'expression générale du moment critique élastique est la suivante :

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(k_z L)^2} \left(\sqrt{\left(\frac{k_z}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k_z L)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} + (C_2 Z_g)^2} - (C_2 Z_g) \right)$$

où : L est la longueur de déversement, c'est-à-dire la distance entre deux sections droites entretoisée contre une rotation ou contre un déplacement latéral de la semelle comprimée ;

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

I_z est le moment d'inertie autour de l'axe faible $z-z$;

I_t est la constante de torsion uniforme: $I_t = \frac{1}{3} (2b \cdot t_f^3 + (h - 2t_f) \cdot t_w^3)$ pour une section en double T ;

I_w est le moment d'inertie sectoriel : $I_w = I_z \cdot \frac{(h - t_f)^2}{4}$ pour une section en double T ;

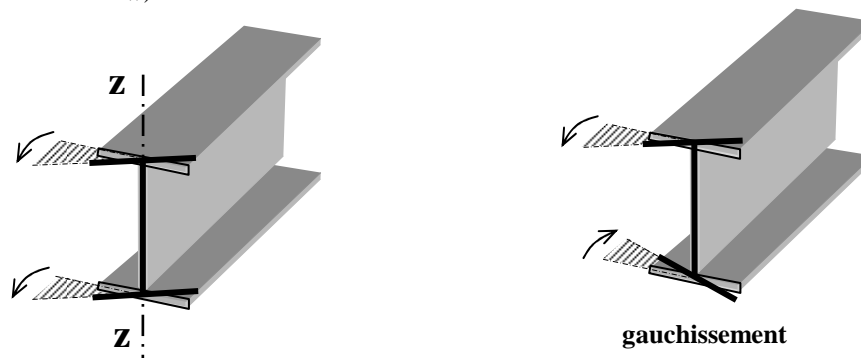
C_1 et C_2 sont des facteurs dépendant du chargement et des conditions d'appuis d'extrémité ;

k_z et k_w sont les coefficients d'encastrement aux appuis (ou facteurs de longueur de déversement effective) ;

Z_g est la distance du point d'application de la charge au centre de torsion S de la section (Z_g est positif si la charge agit vers le centre de torsion et négatif dans le cas contraire).

3.2.1 Influence des conditions d'appui

Selon la formule précédente, la valeur du moment critique de déversement M_{cr} est influencée par les conditions d'appui de la poutre en flexion latérale, c'est-à-dire autour de l'axe $z-z$ (coefficient k_z) et par la possibilité de gauchissement de la section à l'appui (coefficient k_w).



Ces coefficients permettent, d'une façon pratique, d'intégrer l'effet des conditions d'appui en modifiant (en réduisant) la longueur de déversement de base correspondant à des appuis à fourche.

Pour une poutre simple, on a les deux cas extrêmes suivants :

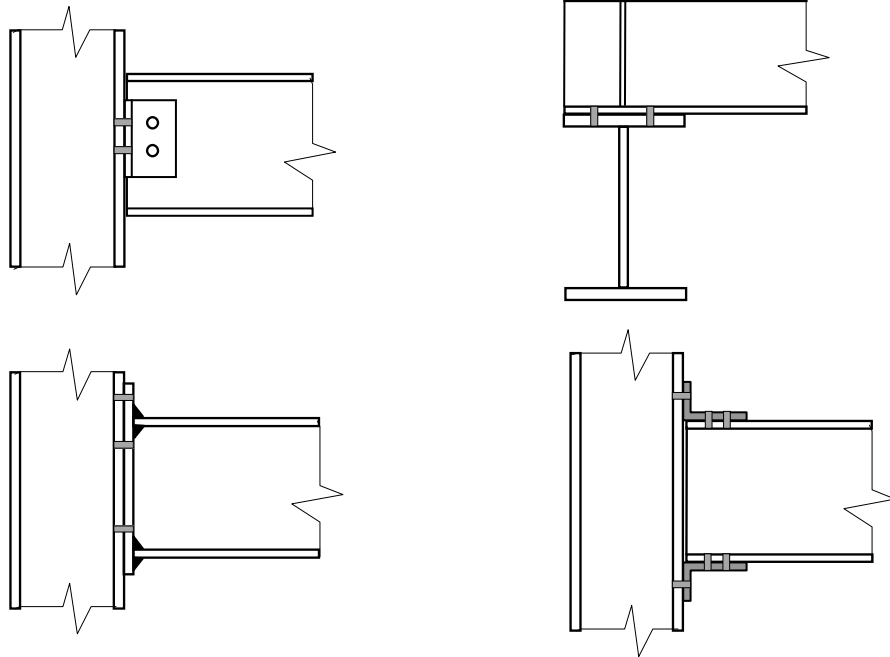
- rotation autour de z-z et gauchissement libres aux deux extrémités : $k_z = k_w = 1,0$;

- rotation autour de z-z et gauchissement empêchés aux deux extrémités : $k_z = k_w = 0,5$;

Théoriquement, pour chaque poutre réelle, il faudrait tenir compte de la déformabilité des éléments constituant les appuis, car on est presque toujours entre les cas extrêmes cités ci-dessus !

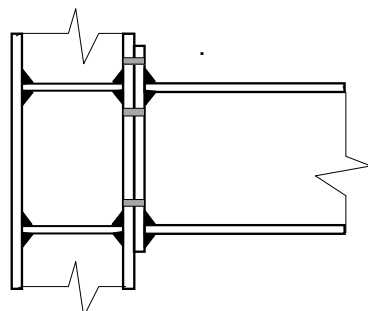
En pratique, il faut d'abord empêcher la rotation de la poutre autour de son axe longitudinal x-x et empêcher son déplacement transversal aux appuis. En ce qui concerne k_z et k_w , on peut admettre pour un dimensionnement courant, les valeurs suivantes :

- $k_z = 1,0$ (0,7) pour les cas où les **deux (un des) appuis** de la poutre n'empêchent pas sa flexion latérale (par exemple les appuis constitués d'une colonne dont on néglige habituellement la résistance à la torsion) ;
- $k_z = 0,5$ (0,7) pour les cas où les **deux (un des) appuis** de la poutre empêchent, par leur rigidité, la flexion latérale de la poutre (cas rare) ;
- $k_w = 0,5$ (0,7) pour les cas où les **deux (un des) appuis** empêchent le gauchissement de la section par la présence de plats d'abouts de forte épaisseur et/ou de raidisseurs.



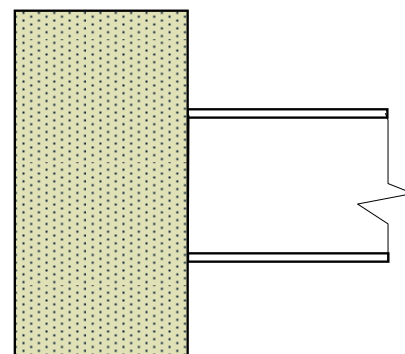
$$k_z = k_w = 1,0 \text{ ou } 0,7$$

Remarque : il faut adopter $k_z = 2,0$ et $k_w = 1,0$ pour les poutres en porte-à-faux !



$$k_z = 1,0 \text{ ou } 0,7$$

$$k_w = 0,5 \text{ ou } 0,7$$



$$k_z = k_w = 0,5 \text{ ou } 0,7$$

3.2.2 Influence du type et du niveau de chargement

Le moment critique de déversement élastique M_{cr} est fonction du type de chargement de la poutre et de son système statique dans le plan principal de flexion. La position du point d'application des charges extérieures, par rapport au centre de cisaillement (ou de torsion) de la section de la poutre peut aussi influencer la valeur de M_{cr} .

Pratiquement, on tient compte de ces deux situations à l'aide des coefficients C_1 et C_2 ainsi que de la distance Z_g .

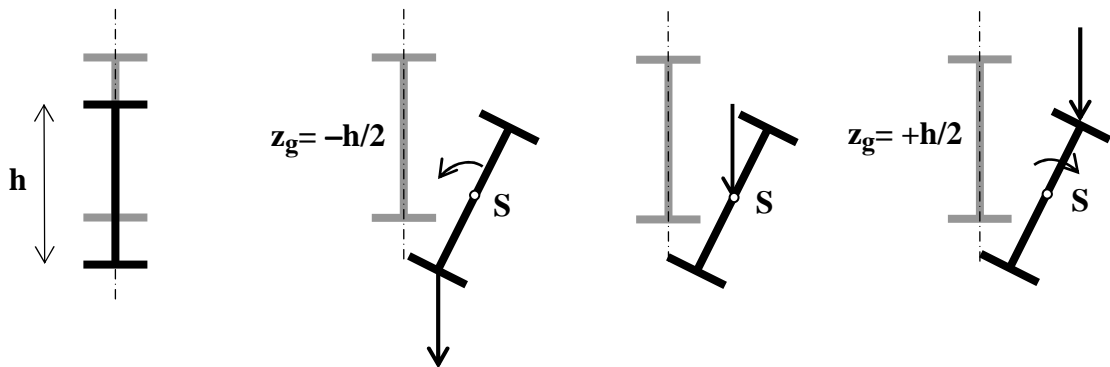
En ce qui concerne le type de chargement, le cas le plus défavorable est celui de la poutre sur deux appuis à fourche (liaisons d'extrémités minimales) soumise à flexion pure, c'est-à-dire lorsque le moment de flexion principal est constant le long de la poutre. En effet, dans ce cas, l'effort maximal dans la semelle comprimée est constant, situation la plus dangereuse d'un point de vue flambement latéral de celle-ci !

Dans le cas d'un moment linéairement variable, ou de charges transversales appliquées entre les appuis, la compression maximale de la semelle n'est atteinte que dans une seule section, situation moins dangereuse pour son flambement latéral. Ceci se traduit par des coefficients C_1 et C_2 plus élevés.

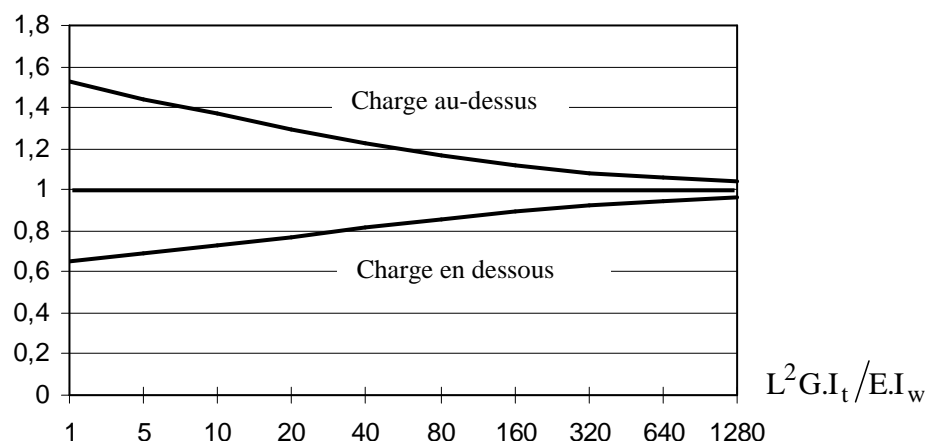
Quant au point d'application des charges, il peut influencer le moment critique suivant que celles-ci, par leur position, créent un moment de torsion supplémentaire « stabilisant » ou « déstabilisant ».

Pour des charges dirigées vers le bas, si elles sont appliquées au niveau de la semelle inférieure, elles exercent un moment secondaire « stabilisant » et l'hypothèse de calcul avec les charges au centre de torsion est conservatrice. Par contre, si elles sont appliquées au niveau de la semelle supérieure, elles exerceront un moment secondaire « déstabilisant » et il sera nécessaire d'en tenir compte.

La position des charges est prise en compte par la distance Z_g (distance entre le point d'application des charges et le centre de torsion de la section) à introduire, avec son signe, dans la formule du moment critique de déversement élastique M_{cr} . Bien évidemment, $Z_g=0,0$ lorsque la charge est appliquée au centre de torsion S !



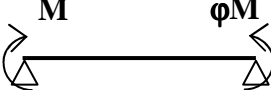






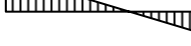

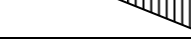
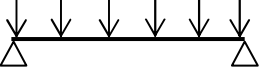

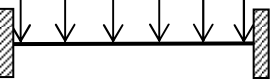

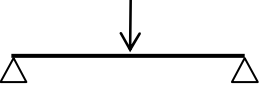
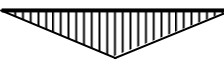
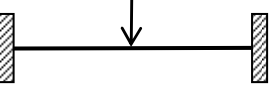
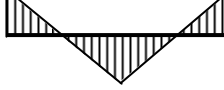
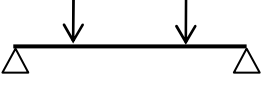

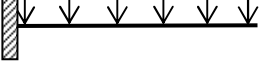

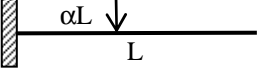
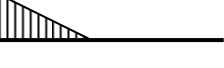
Le graphique suivant montre l'effet du positionnement de la charge, au-dessus ou en dessous du centre de torsion, sur la valeur du moment critique pour une poutre simple avec une charge uniformément répartie. L'influence de ce comportement devient d'autant plus significative que la hauteur du profil augmente et/ou que la portée de la poutre diminue, c'est-à-dire au fur et à mesure que la quantité $L^2 G I_t / E I_w$ diminue.



Le tableau suivant donne des valeurs de C_1 et C_2 pour des cas de charges simples, en fonction des deux valeurs extrêmes de k_z (cas usuel : $k_z = 1,0$) et pour la valeur admise habituellement : $k_w = 1,0$; $k_z = 2,0$ pour porte-à-faux.

Pour des mises en charge plus complexes (combinaisons charges transversales / moments d'extrémité), on se référera à la littérature technique et notamment à une note récente de la CECM sur la stabilité des éléments comprimés et fléchis.

Tableau des valeurs de C_1 et C_2

Chargement et conditions d'appui dans le plan principal de flexion	Diagramme des moments de flexion	Valeur de k_z	Coefficient C_1	Coefficient C_2	
	$\varphi = +1,0$ 	1,0 0,5	1,00 1,05		
	$\varphi = +0,75$ 	1,0 0,5	1,14 1,19		
	$\varphi = +0,50$ 	1,0 0,5	1,31 1,37		
	$\varphi = +0,25$ 	1,0 0,5	1,52 1,60		
	$\varphi = +0,0$ 	1,0 0,5	1,77 1,86		
	$\varphi = -0,25$ 	1,0 0,5	2,06 2,15		
	$\varphi = -0,50$ 	1,0 0,5	2,35 2,42		
	$\varphi = -0,75$ 	1,0 0,5	2,60 2,45		
	$\varphi = -1,0$ 	1,0 0,5	2,60 2,45		
		1,0 0,5	1,13 0,97	0,46 0,30	
		1,0 0,5	1,28 0,71	1,56 0,65	
		1,0 0,5	1,36 1,07	0,55 0,43	
		1,0 0,5	1,56 0,94	1,27 0,71	
		1,0 0,5	1,05 1,01	0,43 0,41	
		2,0	2,05	0,83	
		2,0	$1,28/\alpha$	0,43	

3.2.3 Influence des appuis intermédiaires

S'il s'agit d'appuis verticaux intermédiaires pour la flexion dans le plan vertical comme dans les poutres continues, chaque travée pourra être considérée isolément sur deux appuis à fourche (car les travées voisines peuvent aussi déverser), en prenant en compte, sur la-dite travée, la forme du diagramme des moments résultant de la continuité.

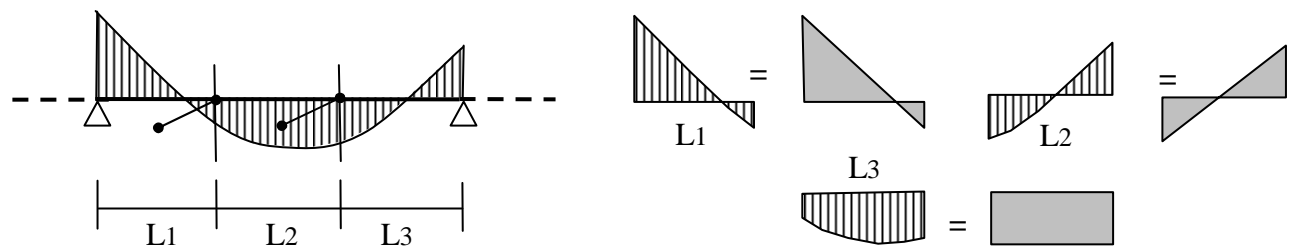
S'il s'agit d'un ou de plusieurs appuis latéraux intermédiaires, la présence de ces appuis ne modifie pas la flexion dans le plan principal de chargement, mais réduit la longueur de déversement, donc augmente le moment critique !

Théoriquement, ces appuis doivent être conçus de manière à empêcher tout déplacement latéral ou torsion de la section correspondante. En pratique, on se contentera souvent d'empêcher le déplacement latéral de la semelle comprimée.

Lorsqu'une poutre comporte de tels maintiens latéraux, disposés à intervalles le long de sa portée, une méthode simplifiée consiste à traiter séparément les différents segments de poutre situés entre les maintiens. Ils feront l'objet, chacun, d'un calcul de moment critique et le dimensionnement de la poutre sera fondé sur le segment le plus dangereux. Dans ce cas, il y a de fortes chances pour que les formes des diagrammes des moments des différents tronçons ne figurent pas dans les tableaux des coefficients C_1 et C_2 . Il faudra donc les assimiler à d'autres cas, plus simples, qui placeront en sécurité. Il conviendra également de toujours prendre un coefficient k_z égal à 1,0 et non 0,5 ou 0,7 car dans la déformée de déversement, la longueur non maintenue adjacente déverse également !

Les appuis intermédiaires doivent être dimensionnés pour reprendre un effort de stabilisation de l'ordre d'un à deux pourcents de l'effort dans la semelle comprimée de la poutre.

Exemple : une travée de poutre continue comportant deux maintiens latéraux intermédiaires, sera traitée en trois tronçons, en « linéarisant » les diagrammes des moments afin de choisir des coefficients C_1 « sécuritaires ».



3.2.4 Cas pratiques

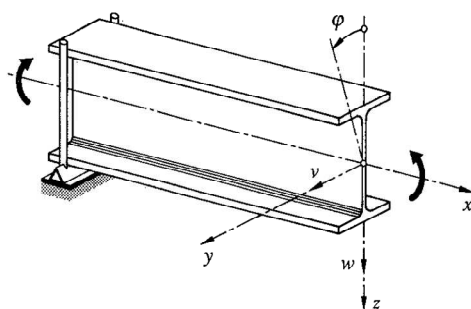
On constatera aisément que les formules et tableaux précédents ne permettent de calculer le moment critique que dans des cas simples ou idéalisés. Or, dans la réalité, il peut y avoir :

- des appuis d'extrémité élastiques (en translation et en rotation) ;
- des appuis transversaux continu ou ponctuels à différents niveaux de la section (pouvant être aussi élastiques) ;
- des mises en charge complexes (entraînant des efforts de compression, tantôt dans la semelle supérieure, tantôt dans la semelle tendue) ;
- ... etc.

Cas théorique

Conditions d'appui :

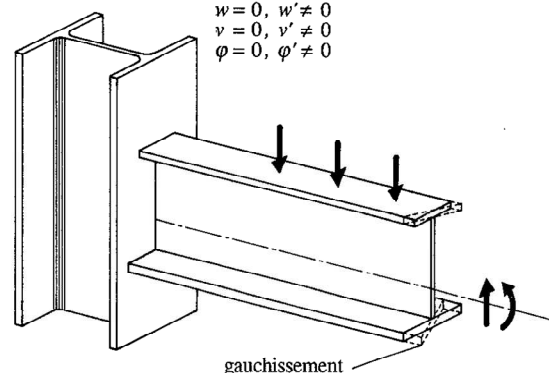
$$\begin{aligned} w &= 0, \quad w'' = 0 \\ v &= 0, \quad v'' = 0 \\ \varphi &= 0, \quad \varphi'' = 0 \end{aligned}$$



Cas réel

Conditions d'appui :

$$\begin{aligned} w &= 0, \quad w' \neq 0 \\ v &= 0, \quad v' \neq 0 \\ \varphi &= 0, \quad \varphi' \neq 0 \end{aligned}$$



Lorsqu'il est nécessaire de serrer la réalité de près, il existe un logiciel appelé **LTBeam**, développé par le **CTICM**, qui permet un calcul numérique du moment critique élastique d'une poutre pour différentes mises en charges et conditions de supports (d'extrémités et intermédiaires, rigides ou élastiques, à n'importe quel niveau de la section). Ce logiciel est gratuit et peut être chargé à l'adresse : <http://www.cticm.com>

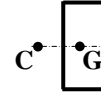
Pour **d'autres formes de sections**, on peut appliquer les simplifications suivantes :

- négliger la rigidité de torsion non uniforme pour les sections tubulaires et en caisson ;

- négliger la rigidité de torsion uniforme pour les sections en double T soudées de faible longueur de déversement ;



- étendre les formules du moment critique aux sections en U, à condition que la mise en charge agisse, ou puisse être considérée comme agissant, au centre de cisaillement.



Dans ce cas il convient d'utiliser les valeurs suivantes :

$$I_t = \frac{1}{3} (2b.t_f^3 + (h - t_f).t_w^3) \quad \text{et} \quad I_w = \frac{b^3.(h - t_f)^2.t_f}{12} \left[\frac{2F + 3}{F + 6} \right] \quad \text{avec} \quad F = \frac{(h - t_f).t_w}{b.t_f} ;$$

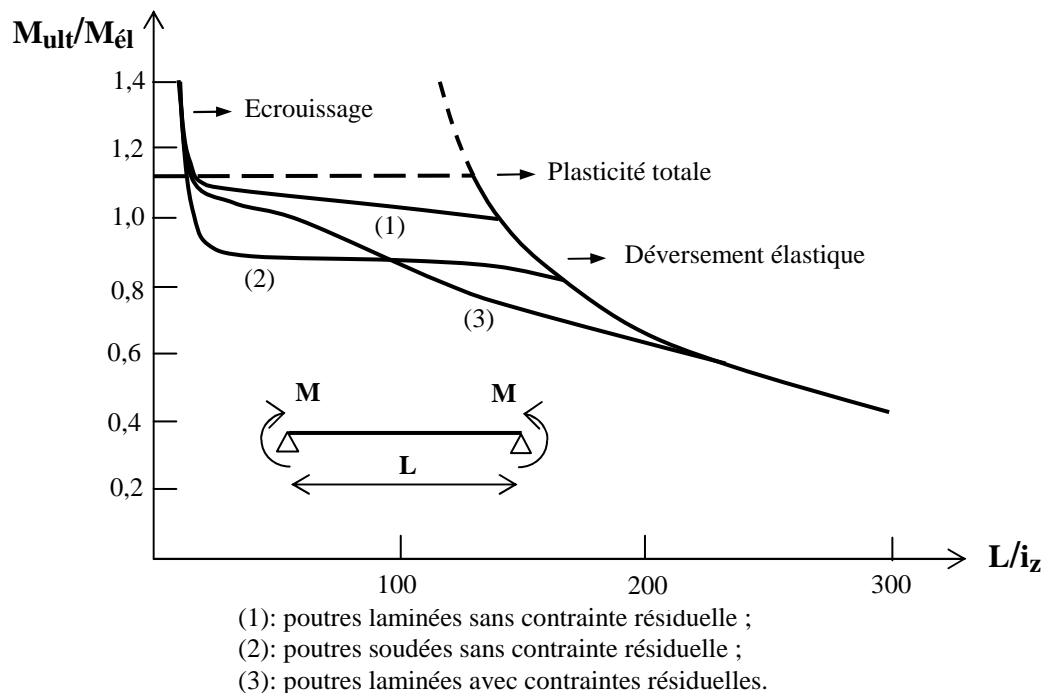
- pour ce qui est des sections ne présentant aucun axe de symétrie, elles ne déversent pas réellement mais se déforment par torsion et flexion autour des deux axes principaux d'inertie dès le début du chargement. Elles doivent alors être étudiées comme des sections symétriques soumises à flexion bi-axiale.

3.3 Résistance ultime au déversement

3.3.1 Introduction

Le comportement élasto-plastique de l'acier, l'écroutissement, les imperfections géométriques (défauts de rectitude) et structurales (contraintes résiduelles) des poutres, et les excentricités inévitables des charges, font que, pour le déversement comme pour le flambement, le moment critique élastique n'est qu'une borne supérieure de la résistance ultime de la poutre à la flexion !

La figure suivante montre les effets des imperfections des pièces réelles (notamment les contraintes résiduelles) et de l'écroutissement, sur la résistance au déversement de poutres en double T, sur deux appuis à fourche, soumises à flexion pure. On notera qu'à des valeurs d'élancement élevées le comportement est bien représenté par la théorie du déversement élastique, mais que pour les poutres peu élancées il se produit une interaction complexe car le comportement inélastique et les défauts (géométriques et structuraux) provoquent une réduction de la résistance. Par contre, pour les poutres très trapues, la capacité est limitée par la résistance plastique de la section si on néglige l'écroutissement de l'acier. Un traitement théorique du problème pour la pratique courante serait trop complexe, et une combinaison de théorie et de résultats d'essais est donc nécessaire pour obtenir une approche de dimensionnement néanmoins fiable.



3.3.2 Aspect analytique

Si, comme pour le phénomène de flambement d'une colonne, on utilise une **imperfection transversale initiale en arc**, définie par une **excentricité transversale $e_{0,d}$** , pour prendre en compte les défauts des pièces réelles, l'état limite de déversement peut être défini, selon la théorie linéaire élastique, par le critère suivant, pour une poutre sur deux appuis à fourche soumise à flexion pure et de section en double té symétrique :

$$\frac{M_{yEd}}{M_{yRd}} + \frac{1}{\left(1 - \frac{M_{yEd}^2}{M_{cr}^2}\right)} \left(\frac{e_{0,d} \cdot N_{cr,z}}{M_{zRd}} \frac{M_{yEd}^2}{M_{cr}^2} + \frac{e_{0,d} \cdot N_{cr,z}^2}{M_{zRd}} \frac{(h - t_f)}{2} \frac{M_{yEd}}{M_{cr}^2} \right) \leq 1$$

où : M_{yEd} est la valeur de calcul du moment sollicitant dans le plan principal de flexion y-y ;

M_{yRd} et M_{zRd} sont les valeurs de calcul des moments résistants élastiques ;

$$M_{cr} = \sqrt{\frac{\pi^2 EI_z}{L^2} \left(GI_t + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2} \right)}, \text{ moment critique élastique ;}$$

$$N_{cr,z} = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2}, \text{ charge critique de flambement élastique (Euler) par flexion autour de l'axe z-z.}$$

Ce critère correspond à l'atteinte de la limite élastique au point de contrainte longitudinale maximale. On y remarque la présence des **effets de second ordre** (deuxième terme) sous forme de moments latéraux et de moments de gauchissement.

Si M_{yEd} augmente jusqu'à la ruine par déversement, on désignera la valeur de ce moment comme étant la **résistance de calcul au déversement M_{bRd}** . Dans ce cas, le critère de début de page sera égal à 1, et on écrira :

$$\boxed{M_{bRd} = \chi_{LT} \cdot M_{yRd}} \text{ où } \chi_{LT} \text{ est le } \underline{\text{coefficient de réduction au déversement}}.$$

En utilisant la notion d'« élancement réduit de déversement »

$$\boxed{\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{M_{yRk}}{M_{cr}}}}, \text{ où } M_{yRk} \text{ est la résistance}$$

caractéristique à la flexion de la section de la poutre, on peut alors obtenir l'expression suivante, susceptible de représenter l'évolution de χ_{LT} en fonction de $\bar{\lambda}_{LT}$.

$$e_{0,d} = \frac{W_z}{A} + \left(\frac{1}{\chi_{LT}} - 1 \right) \left(1 - \chi_{LT}^2 \cdot \bar{\lambda}_{LT}^4 \right) \frac{\bar{\lambda}_z^2}{\bar{\lambda}_{LT}^4} \frac{1}{\chi_{LT} + \frac{A}{W_y} \frac{(h - t_f)}{2} \frac{1}{\bar{\lambda}_z^2}}.$$

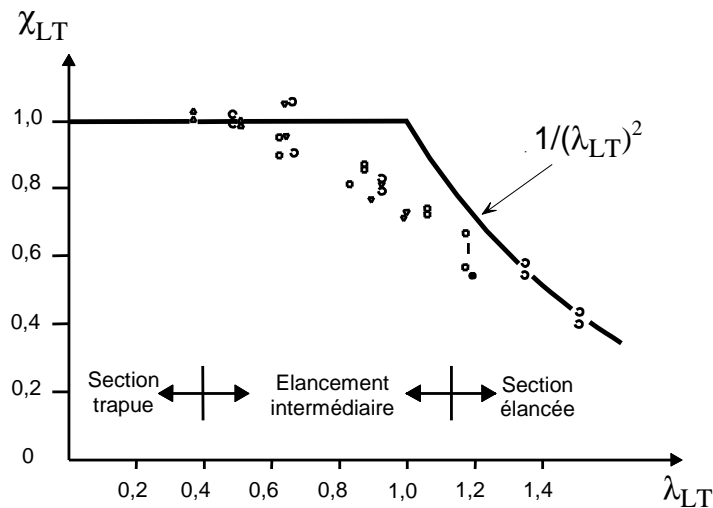
L'excentricité latérale $e_{0,d}$ équivalente permet, en tenant compte des différents défauts géométriques et structuraux de la poutre, de « calibrer » la théorie élastique de second ordre afin de prendre en compte son comportement réel avec le coefficient de réduction au déversement χ_{LT} .

Comme pour l'étude du flambement, on peut représenter dans un système d'axes « adimensionnel » ($\bar{\lambda}_{LT}$, χ_{LT}), l'effet du déversement sur la résistance à la flexion de poutres de sections transversales et de résistances d'acier différentes.

Si on se contente de la théorie élastique linéaire (Euler) qui ne prend pas en compte les défauts des pièces réelles, on a $M_{bRd} = M_{cr}$, et on obtient l'expression : $\chi_{LT} = \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2}$. La courbe obtenue doit cependant être « plafonnée » à

$\chi_{LT} = 1$, le moment dans la poutre ne pouvant être supérieur au moment plastique de la section.

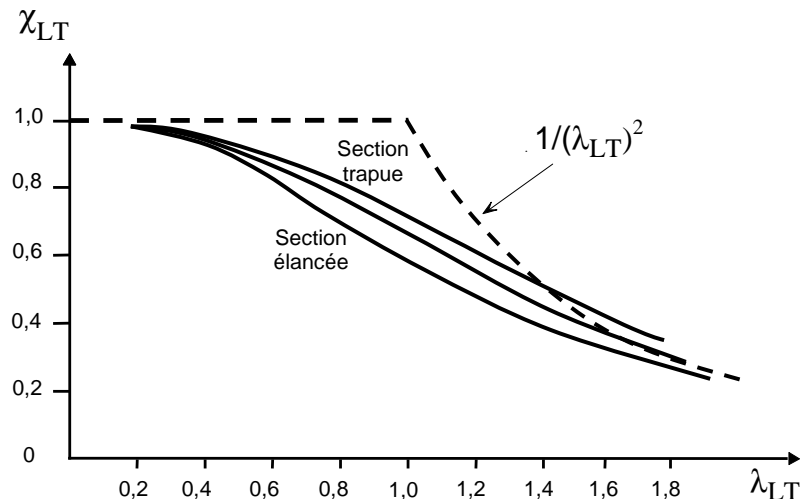
La figure suivante permet de comparer cette courbe avec un ensemble de résultats d'essais de déversement de pièces réelles. Pour les poutres peu élancées ($\bar{\lambda}_{LT} < 0,4$) la capacité n'est pas affectée par le déversement et elle est gouvernée par le moment résistant plastique de la section transversale. Les poutres élancées ($\bar{\lambda}_{LT} > 1,2$) ont des capacités proches du moment critique élastique théorique, M_{cr} . Quant aux poutres d'élancement moyen (cas fréquents), l'effet défavorable de l'inélasticité et d'imperfections géométriques, réduit substantiellement leur résistance au déversement.



On constatera aisément une **grande similitude dans les résultats de l'étude du comportement au déversement d'une poutre fléchie avec celui, au flambement, d'une colonne comprimée.**

Des observations analogues peuvent être faites sur base des résultats de simulations numériques du comportement de poutres réelles à l'aide de programmes de calculs prenant en compte les non linéarités géométriques et le comportement non linéaire de l'acier.

Des courbes à l'allure identique à celles des courbes européennes de flambement sont ainsi obtenues.



Il existe cependant des différences entre les essais et les simulations (notamment au niveau de la longueur du plateau sans réduction de capacité qui est de 0,4 selon les essais ou 0,2 selon les simulations numériques). Ces différences sont dues au nombre importants de paramètres intervenant dans le déversement qui ne peuvent pas toujours être parfaitement représentés ou respectés lors des essais ou des simulations (conditions d'appui ou d'application des charges lors des essais, comportement anélastique des sections et restraints dans le domaine plastique pour les simulations, par exemple).

Il n'en reste pas moins vrai que les **courbes de flambement a, b, c et d représentent des approximations légitimes de courbes de déversement spécifiques qui ne sont pas encore disponibles** à condition de grouper spécifiquement les sections transversales sur base de leur rapport h/b !

C'est cette « solution » que l'Annexe belge à l'EC3 a choisi pour effectuer la vérification au déversement, en considérant donc une limite $\bar{\lambda}_{LT} = 0,2$ en dessous de laquelle on négligera le déversement, bien que la pratique courante et les essais plaident plutôt pour une limite de 0,4 !

Le choix de la courbe se fera en fonction du mode de fabrication de la poutre (laminée ou soudée) et en fonction du rapport h/b de la section. Il est différent de celui pour le choix de la courbe lors d'une vérification au flambement !

Une ultime correction peut être apportée à la valeur de χ_{LT} obtenue ainsi, afin de tenir compte du fait que tout le raisonnement précédent est basé sur le cas de la flexion pure (moment constant tout le long de l'élément), alors qu'une variation du moment a un effet bénéfique sur la valeur de χ_{LT} . Celle-ci résulte de la diminution des zones de poutre où la section est plastifiée à cause de la variation des valeurs du moment. Cet effet se cumule à celui de l'augmentation du moment critique et la diminution consécutive de $\bar{\lambda}_{LT}$.

3.3.3 Formules de l'Eurocode

Une poutre non maintenue latéralement et soumise à une flexion selon l'axe fort doit être vérifiée vis-à-vis du déversement

en respectant l'inégalité suivante: $\frac{M_{yEd}}{M_{bRd}} \leq 1,0$

où : M_{yEd} est la valeur de calcul du moment sollicitant dans le plan principal de flexion y-y ;

$M_{b,Rd}$ est le moment résistant de calcul au déversement donné par :

$$M_{bRd} = \chi_{LT} W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}},$$

où : W_y est le module de flexion de la section transversale, choisi en fonction de la classe de section ;

$W_y = W_{pl,y}$ (module plastique) pour les sections transversales de classes 1 et 2 ;

$W_y = W_{el,y}$ (module élastique) pour une section transversale de classe 3 ;

$W_y = W_{eff,y}$ (module élastique de la section efficace) pour une section transversale de classe 4 ;

χ_{LT} est le coefficient de réduction pour le déversement.

Pour les barres fléchies à section constante, il convient de déterminer la valeur de χ_{LT} en fonction de l'élancement réduit λ_{LT} , à l'aide de l'expression correspondante du chapitre sur le flambement :

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \lambda_{LT}^2}} \leq 1,0, \text{ où : } \phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right], \text{ avec :}$$

α_{LT} : facteur d'imperfection qui correspond à la courbe de déversement appropriée et donné au tableau ci-dessous

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \cdot f_y}{M_{cr}}} \text{ où } M_{cr} \text{ est le } \underline{\text{moment critique}} \text{ pour le déversement élastique, calculé sur base des } \underline{\text{propriétés}} \text{ de la}$$

section transversale brute (pour une classe 4, on peut considérer $I_t = 0$) et prenant en compte les conditions de chargement, la distribution réelle des moments et les maintiens latéraux d'extrémités et intermédiaires éventuels.

Facteurs d'imperfection et critères de choix de la courbe de déversement

Courbe de déversement	a	b	c	d
Facteur d'imperfection α_{LT}	0,21	0,34	0,49	0,76


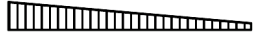






Sections transversales	Limites	Courbe de déversement
Sections en I laminées	$h/b \leq 2$	a
	$h/b > 2$	b
Sections en I soudées	$h/b \leq 2$	c
	$h/b > 2$	d
Autres sections	-	d

Remarques : - les valeurs de χ_{LT} peuvent être directement tirées du graphe des courbes de flambement !

- le déversement peut être négligé pour un élancement réduit $\lambda_{LT} \leq 0,2$ ou pour $\frac{M_{yEd}}{M_{cr}} \leq 0,04$.

Pour prendre en compte la forme du diagramme des moments entre les maintiens latéraux des poutres, le coefficient de réduction χ_{LT} peut être modifié de la manière suivante :

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \leq 1,0, \text{ avec : } f = 1 - 0,5(1 - k_c) \left[1 - 2(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right] \leq 1$$

Distribution des moments	k_c
 $\psi = 1$	1,0
 $-1 \leq \psi \leq 1$	$\frac{1}{1,33 - 0,33\psi}$
  	0,94 0,90 0,91
  	0,86 0,77 0,82