

## Examen

Tous les documents, autres que ceux fournis dans le sujet, sont interdits.<sup>0</sup>

### Exercice 1 .

On considère l'équation de Laplace en deux dimensions:

$$u_{xx} + u_{yy} = 0, \text{ avec } \Omega = \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+^* \quad (1)$$

avec conditions aux frontières:

$$\begin{cases} u(x, 0) = \frac{1}{n} \cos(nx), & x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}^* \\ u_y(x, 0) = 0, & x \in \mathbb{R}. \end{cases} \quad (2)$$

1. Comment définir un problème bien posé au sens de Hadamard.
2. Montrer que le problème (1)-(2) est mal posé.

### Exercice 2 .

Soit l'équation aux dérivées partielles linéaires du premier ordre:

$$(2xy - 1) \frac{\partial z}{\partial x} + (z - 2x^2) \frac{\partial z}{\partial y} = 2(x - yz) \quad (3)$$

1. Donner la solution générale (par la méthode des caractéristiques).
2. Déterminer la surface intégrale qui contient la droite  $(\Delta)$  d'équation (4):

$$(\Delta) : \{x = 1, y = 0\} \quad (4)$$

### Exercice 3 .

On considère l'équation:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (5)$$

1. Déterminer suivant les régions du plan le type de l'équation (5) .
2. Donner la forme standard.

Bonne chance