Samedi 13/01/2018 **Examen semestriel (1h 30 mn)**

Exercice 1 : 4 points (0.25 ×16)

Soient les deux liaisons mécaniques suivantes :
Liaison cylindrique (Figure a) et liaison linéaire (Figure b).
Compléter le tableau suivant :

	(a)	(b)
T_x= Translation suivant l'axe Ox		
T_y= Translation suivant l'axe Oy		
T_z= Translation suivant l'axe Oz		
R_x= Rotation autour de l'axe Ox		
R_y= Rotation autour de l'axe Oy		
R_z= Rotation autour de l'axe Oz		
Degré de liaison		
Degré de liberté		

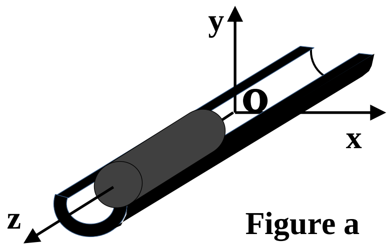

Figure a

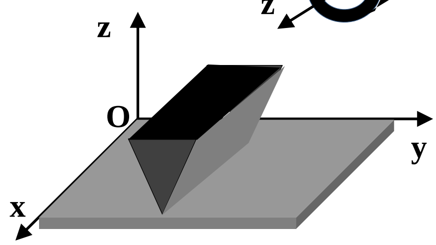

Figure b

Exercice 2 : 7 points

La plaque représentée dans la (Figure c), se déplace dans le plan xOy.
Sachant que $v_x(A) = 12$ cm/s, $v_x(B) = -4$ cm/s et $v_y(C) = -24$ cm/s, déterminer :
1) La vitesse angulaire ω de la plaque, (1)
2) Déduire le sens de rotation de la plaque. (0.5)
3) La vitesse de A, B et C.(2.5)
4) La position du point immobile I de la plaque. (1.5)
5) L'équation du lieu du point $M(x, y)$ de la plaque qui possède une vitesse de module $\|\vec{V}(M)\| = 10$ cm/s. (1.5)

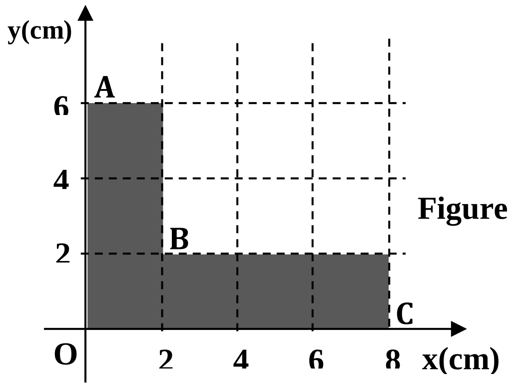

Figure c

Exercice 3 : 4.5 points

On veut déterminer le centre de masse G d'un solide indéformable situé dans le plan xOy (Figure d)
1) **Donner l'équation de son axe de symétrie. (0.75)**
2) **A quoi peut-elle nous servir cette symétrie? (0.75)**
3) **Calculez la surface S du solide. (1)**
4) **Trouver les coordonnées du centre de masse G du solide par le théorème de GULDIN (2)**

(Surface disque =πR^2, Volume sphère = $\frac{4}{3}\pi R^3$, Volume cylindre = $\pi R^2 h$)

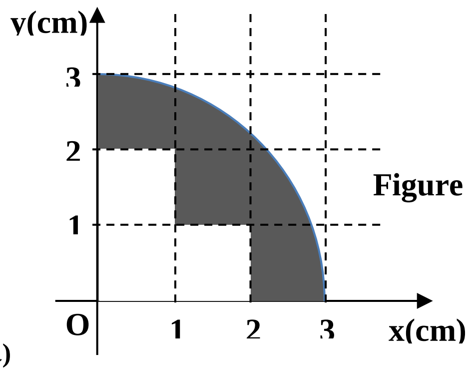

Figure d

Exercice 4 : 4.5 points

On veut déterminer le tenseur d'inertie $I_{/O}(S)$ d'un solide indéformable (S) situé dans le plan xOy, constitué par trois masses ponctuels $m_1(4Kg)$, $m_2(3Kg)$ et $m_3(3Kg)$ (Figure e).
1) **Donner l'équation de l'axe de symétrie de (S). (0.75)**
2) **A quoi peut-elle nous servir cette symétrie?(0.75)**
3) **Calculez $I_{/O}(S)$. (3)**

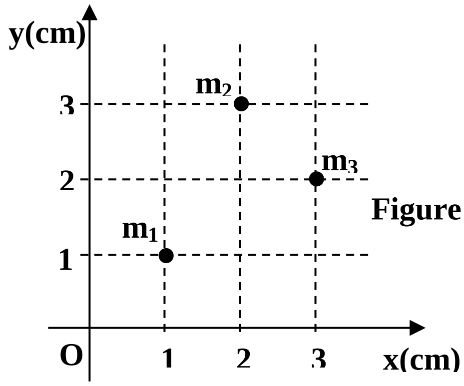

Figure e

Samedi 13/01/2018 **Examen semestriel (1h 30 mn)**

Exercice 1 : 4 points (0.25 ×16)

لتكن الرابطتين الميكانيكيتين التاليتين :
الرابطة الأسطوانية (Figure a) و الرابطة الخطية (Figure b)
أكمل الجدول التالي :

	(a)	(b)
T_x= Ox انسحاب وفق		
T_y= Oy انسحاب وفق		
T_z= Oz انسحاب وفق		
R_x= Ox دوران حول		
R_y= Oy دوران حول		
R_z= Oz دوران حول		
درجة الرابطة		
درجة الحرية		

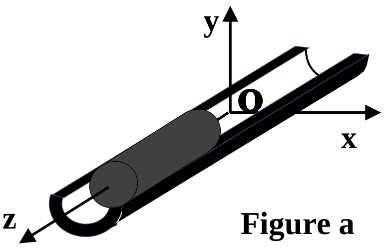

Figure a

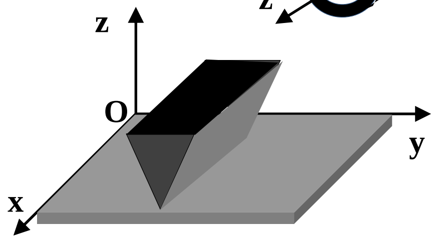

Figure b

Exercice 2 : 7 points

الصفيحة الممثلة في الشكل (Figure c), تتحرك في المستوي xOy
علما أن: $_x(A) = 12\ cm/s, v_x(B) = -4\ cm/s$ و
عين : $v_y(C) = -24\ cm/s$,

1) السرعة الزاوية ω للصفيحة, (1)
2) اتجاه دوران الصفيحة(0.5)
3) سرعة A, B و C (2.5)
4) موضع النقطة الساكنة I من الصفيحة . (1.5)
5) معادلة مجموعة النقط M(x, y) من الصفيحة
التي طويلة سرعتها $\|\vec{V}(M)\| = 10\ cm/s.$ (1.5)

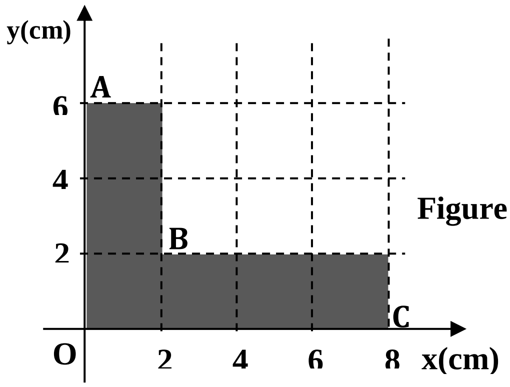

Figure c

Exercice 3 : 4.5 points

نريد تحديد مركز الكتلة G لجسم صلب يقع في المستوي xOy (Figure d)

1) أكتب معادلة محور تناظره. (0.75)
2) ما الفائدة التي نستغلها من هذا التناظر؟ (0.75)
3) أحسب المساحة S للجسم الصلب (1)
4) أحسب مركز الكتلة G للجسم الصلب باستعمال نظرية GULDIN (2)

(مساحة قرص =πR^2, حجم كرة = $\frac{4}{3}\pi R^3$, حجم اسطوانة = $\pi R^2 h$)

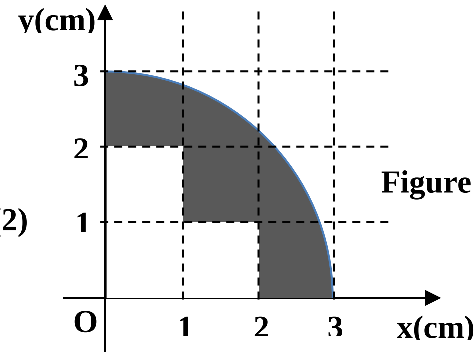

Figure d

Exercice 4 : 4.5 points

نريد حساب ممتد العطالة $I_{/O}(S)$ لجسم صلب (S)
يقع في المستوي xOy, و يألف من
ثلاث كتل نقطية $m_1(4Kg), m_2(3Kg)$ et $m_3(3Kg)$ (Figure e).

1) أكتب معادلة محور تناظر (S) (0.75)
2) ما الفائدة التي نستغلها من هذا التناظر؟ (0.75)
3) أحسب $I_{/O}(S)$ (3)

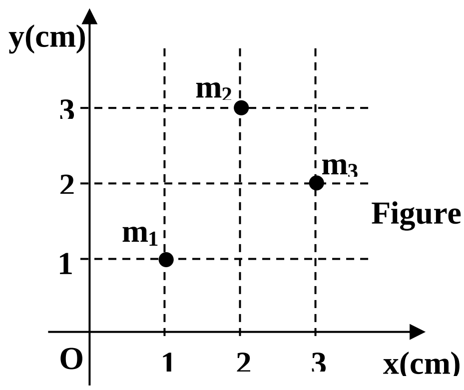

Figure e

Solution et brème de l’examen de Mécanique rationnelle

Exercice 1				
T_x= Translation suivant l’axe Ox	0	1		0.25×2
T_y= Translation suivant l’axe Oy	0	1		0.25×2
T_z= Translation suivant l’axe Oz	1	0		0.25×2
R_x= Rotation autour de l’axe Ox	0	1		0.25×2
R_y= Rotation autour de l’axe Oy	0	0		0.25×2
R_z= Rotation autour de l’axe Oz	1	1		0.25×2
Degré de liaison	4	2		0.25×2
Degré de liberté	2	4		0.25×2

Exercice 2	
1- La vitesse angulaire de la plaque :	
$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \overrightarrow{AB}$	0.25
$\begin{pmatrix} -4 \\ v_y(B) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ v_y(A) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$	0.25
$\begin{pmatrix} -4 \\ v_y(B) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ v_y(A) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4\omega \\ 2\omega \\ 0 \end{pmatrix}$	0.25
$\omega = -4 \text{ rad/s}$	0.25
2- Le sens de rotation	
$\omega < 0$ c’est à dire la plaque tourne dans le sens horaire	0.5
3- La vitesse de A B et C	
$\vec{v}_C = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \overrightarrow{AC}$	0.25
$\begin{pmatrix} v_x(C) \\ -24 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ v_y(A) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 8 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}$	0.75
$\begin{pmatrix} v_x(C) \\ -24 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ v_y(A) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -24 \\ -32 \\ 0 \end{pmatrix}$	0.75
$v_y(A) = 8 \text{ cm/s}$	0.25
$v_y(B) = 0 \text{ cm/s}$	0.25
$v_x(C) = -12 \text{ cm/s}$	0.25
4- la position du point immobile I	
$\vec{v}_B = \vec{v}_I + \vec{\omega} \times \overrightarrow{IB}$	0.25
$\begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 - x_I \\ 2 - y_I \\ 0 \end{pmatrix}$	0.25
$\begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4(2 - y_I) \\ -4(2 - x_I) \\ 0 \end{pmatrix}$	0.5
$x_I = 2 \text{ cm}$	0.25
$y_I = 3 \text{ cm}$	0.25
5- l’équation du lieu des points $M(x, y)$	
$\vec{v}_M = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \overrightarrow{AM}$	0.25

$\begin{pmatrix} v_x(M) \\ v_y(M) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y-6 \\ 0 \end{pmatrix}$	0.25
$\begin{pmatrix} v_x(M) \\ v_y(M) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4(y-6) \\ -4x \\ 0 \end{pmatrix}$	0.25
$\begin{pmatrix} v_x(M) \\ v_y(M) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4(y-6) \\ -4x \\ 0 \end{pmatrix}$	0.25
$\begin{pmatrix} v_x(M) \\ v_y(M) \\ 0 \end{pmatrix} = 4\begin{pmatrix} y-3 \\ 2-x \\ 0 \end{pmatrix}$	0.25
$(2-x)^2 + (y-3)^2 = 6.25$	0.25
c'est l'équation d'un cercle de centre (2,3) et de rayon 6.25 cm	0.25

Exercice 3	
1- l'équation de l'axe de symétrie	
$y = x$	0.75
2- l'intérêt de la symétrie :	
$G \in$ l'axe de symétrie $\Longrightarrow x_G = y_G$. On calcul seulement x_G ou y_G	0.75
3- calcul de la surface S	
$S = \frac{1}{4}\pi 3^2 - 3 \times 1^2$	0.5
$S = 4.065\ cm^2$	0.5
$x_G = \frac{V_{/y}}{2\pi S}$	0.25
$x_G = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi 3^3 - \pi 2^2 \times 1 - \pi 1^2 \times 1}{2\pi \times 4.065}$	0.5
$x_G = 1.6\ cm$	0.25

Exercice 4	
1- l'équation de l'axe de symétrie	
$y = x$	0.75
2- l'intérêt de la symétrie :	
$I_{xx} = I_{yy}$	0.75
3- Calcul de $I_{/O}(S)$	
$S \in xOy \Longrightarrow z = 0 \Longrightarrow I_{yz} = I_{xz} = 0$ et $I_{zz} = 2I_{xx}$	1
$I_{xx} = m_1 y_1^2 + m_2 y_2^2 + m_3 y_3^2 = 4 \times 1^2 + 3 \times 3^2 + 3 \times 2^2 = 43\ Kg \times cm^2$	0.75
$I_{xy} = -m_1 x_1 y_1 - m_2 x_2 y_2 - m_3 x_3 y_3 = -4 \times 1 \times 1 - 3 \times 2 \times 3 - 3 \times 3 \times 2$ $I_{xy} = -40\ Kg \times cm^2$	0.75
$I_{/O}(S) = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & 0 \\ I_{xy} & I_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & 2I_{xx} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 43 & -40 & 0 \\ -40 & 43 & 0 \\ 0 & 0 & 86 \end{pmatrix}$	0.5