

التمرين الأول : (06 نقاط)

ليكن كثير الحدود $p(x)$ ذو المتغير الحقيقي x حيث : $p(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

1. احسب $p(3)$. ماذا تستنتج ؟

2. عين الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث من أجل كل عدد حقيقي x : $p(x) = (x-3)(ax^2 + bx + c)$

3. حل في \mathbb{R} المعادلة $p(x) = 0$.

4. حل في \mathbb{R} المتراجحة : $2(x^2 - 3) \leq x^3 - 5x$. أعط إشارة العدد $p\left(\frac{2012}{1434}\right)$

التمرين الثاني : (06 نقاط)

المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) ، نعتبر في المستوى النقط $A(2;3)$ ، $B(5;1)$ ، و $C(-2;-3)$

1. أوجد إحداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC

2. أنشئ كل من النقط A, B, C و G .

لتكن النقطة H مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,-1);(C,1)\}$

3. أوجد إحداثيات النقطة H ثم أنشئها في المعلم السابق .

لتكن المجموعة (E) مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق : $\|2\overline{MA} - \overline{MB} + \overline{MC}\| = \sqrt{65}$

4. أكتب الشعاع $2\overline{MA} - \overline{MB} + \overline{MC}$ بدلالة الشعاع \overline{MH}

5. برهن أن المجموعة (E) هي دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها ثم أنشئها في المعلم السابق.

التسعين (الثالث) : (08 نفاه)

المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j})

$$f \text{ و } g \text{ الدالتان المعرفتان بالشكل : } f(x) = x^2 + 2x - 3, \quad g(x) = \frac{2x-1}{x-1}$$

وليكن (C_f) و (C_g) التمثيلين البيانيين على الترتيب .

1. احسب كل من f' و g' .

2. اكتب معادلة (Δ) مماس المنحنى (C_f) الذي يوازي المستقيم ذو المعادلة $y = 5$.

3. اكتب معادلة (Δ') مماس المنحنى (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 2 .

4. أوجد العددين الحقيقيين a و b حيث من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x+a)^2 + b$.

5. أوجد العددين الحقيقيين α و β حيث من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$: $g(x) = \alpha + \frac{\beta}{x-1}$.

لتكن النقطتان $A(-1; -4)$ و $B(1; 2)$

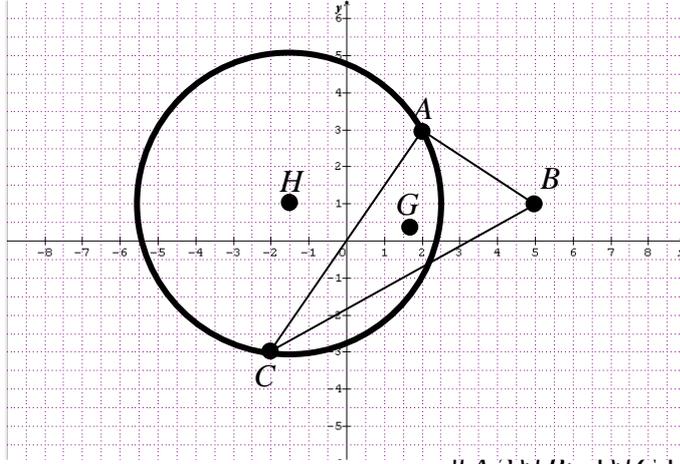
6. اكتب معادلة المنحنى (C_f) في المعلم (A, \vec{i}, \vec{j}) وذلك بعد تغير دساتير المعلم أو استعمال شعاع الانسحاب

7. اكتب معادلة المنحنى (C_g) في المعلم (B, \vec{i}, \vec{j}) وذلك بعد تغير دساتير المعلم أو استعمال شعاع الانسحاب

8. باستعمال التمثيلين البيانيين للدالتين "مربع" و"مقلوب" أنشئ كل من (C_f) و (C_g) .

$$y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{1}{3} \quad \text{و} \quad x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{5}{3} \quad \text{لدينا :}$$

2. إنشاء كل من النقط A, B, C و G



- لتكن النقطة H مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,-1);(C,1)\}$

$$\text{لدينا: } 2-1+1=2 \neq 0 \text{ إذن } H \text{ موجودة ووحيدة تحقق : } \vec{2HA} - \vec{HB} + \vec{HC} = \vec{0}$$

3. إيجاد إحداثيات النقطة H ثم أنشئها في المعلم السابق .

$$\text{لدينا : } y_H = \frac{\alpha.y_A + \beta.y_B + \gamma.y_C}{\alpha + \beta + \gamma} = \frac{6-1-3}{2} = 1 \quad \text{و} \quad x_H = \frac{\alpha.x_A + \beta.x_B + \gamma.x_C}{\alpha + \beta + \gamma} = \frac{4-5-2}{2} = -\frac{3}{2}$$

لتكن المجموعة (E) مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق : $\|2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = \sqrt{65}$

4. كتابة الشعاع $2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}$ بدلالة الشعاع \vec{MH}

$$\text{لدينا : } 2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC} = 2(\vec{MH} + \vec{HA}) - (\vec{MH} + \vec{HB}) + (\vec{MH} + \vec{HC}) \quad \text{"حسب علاقة شال"}$$

$$2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC} = 2\vec{MH} + 2\vec{HA} - \vec{HB} + \vec{HC} \quad \text{ومنه :}$$

$$\text{لكن نعلم أن : } 2\vec{HA} - \vec{HB} + \vec{HC} = \vec{0} \quad \text{ومنه : } 2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC} = 2\vec{MH}$$

5. برهان أن المجموعة (E) هي دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها ثم أنشئها في المعلم السابق.

$$\text{أي أن : } \|2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = 2.MH \quad \text{من جهة ثانية لدينا : } \|2\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = \sqrt{65}$$

$$\text{أي أن : } MH = \frac{\sqrt{65}}{2}$$

ومنه : المجموعة (E) هي دائرة مركزها النقطة H ونصف قطرها $\frac{\sqrt{65}}{2}$

النمرين الثاني: 08 نقاط

$$f \text{ و } g \text{ الدالتان المعرفتان بالشكل : } f(x) = x^2 + 2x - 3, \quad g(x) = \frac{2x-1}{x-1}$$

7. حساب كل من f' و g' .

الدالة f تقبل الاشتقاق على المجال $]-\infty; +\infty[$

$$\text{حيث : } f'(x) = 2x + 2 = 2(x + 1)$$

0.25×6

0.75×2

01

0.5×2

0.25

0.5

0.25

الدالة g تقبل الاشتقاق على كل من المجالين $]-\infty; 1[$ و $]1; +\infty[$

0.5

$$g'(x) = \frac{2(x-1) - (2x-1)}{(x-1)^2} = \frac{-1}{(x-1)^2} \quad \text{حيث}$$

2. كتابة معادلة (Δ) مماس المنحنى (C_f) الذي يوازي المستقيم ذو المعادلة $y = 5$.

0.5

يعني نحل المعادلة: $f'(x) = 0$ أي: $2(x+1) = 0$ نجد: $x = -1$

0.5

ومنه: $(\Delta): y = f'(-1)(x+1) + f(-1) = -4$

3. كتابة معادلة (Δ') مماس المنحنى (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 2.

0.1

لدينا: $(\Delta'): y = g'(2)(x-2) + g(2) = -(x-2) + 3 = -x + 5$

4. إيجاد العددين الحقيقيين a و b حيث من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x+a)^2 + b$.

$$f(x) = (x+a)^2 + b = x^2 + 2ax + a^2 + b = x^2 + 2x + 3$$

0.5

بالمطابقة نجد: $\begin{cases} 2a = 2 \\ a^2 + b = -3 \end{cases}$ أي: $\begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases}$ ومنه: من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x+1)^2 - 4$.

0.5

5. إيجاد العددين الحقيقيين α و β حيث من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$: $g(x) = \alpha + \frac{\beta}{x-1}$.

$$g(x) = \alpha + \frac{\beta}{x-1} = \frac{\alpha x - \alpha + \beta}{x-1} = \frac{2x-1}{x-1}$$

0.5

بالمطابقة نجد: $\begin{cases} \alpha = 2 \\ -\alpha + \beta = -1 \end{cases}$ أي: $\begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = 1 \end{cases}$ ومنه: من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$: $g(x) = 2 + \frac{1}{x-1}$.

0.5

6. كتابة معادلة المنحنى (C_f) في المعلم (A, \vec{i}, \vec{j}) وذلك بعد تغيير دساتير المعلم أو استعمال شعاع

الانسحاب:

0.1

تعيين دساتير تغيير المعلم: بوضع $\begin{cases} x = X-1 \\ y = Y-4 \end{cases}$ نجد: $Y-4 = (X-1+1)^2 - 4$ أي: $Y = X^2$

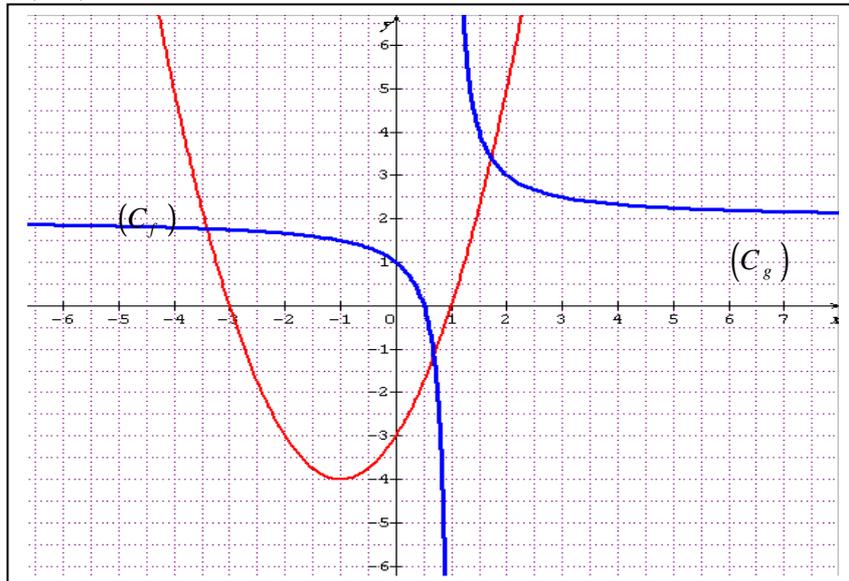
7. اكتب معادلة المنحنى (C_g) في المعلم (B, \vec{i}, \vec{j}) وذلك بعد تغيير دساتير المعلم أو استعمال شعاع

الانسحاب:

0.1

تعيين دساتير تغيير المعلم: بوضع $\begin{cases} x = X+1 \\ y = Y+2 \end{cases}$ نجد: $Y+2 = 2 + \frac{1}{X+1-1}$ أي: $Y = \frac{1}{X}$

8. باستعمال التمثيلين البيانيين للدالتين "مربع" و"مقلوب" إنشاء كل من (C_f) و (C_g) :



0.5