

1 année. ST. Section :V. Thermodynamique**Enseignant :L. HAMMAL****SERIE N° 2 CALORIMETRIE**

Exercice 1. Détermination de la capacité thermique d'un calorimètre :Un calorimètre contient une masse $m_1=250\text{g}$ d'eau. La température initiale de l'ensemble est $\theta_1=18^\circ\text{C}$. On ajoute une masse $m_2=300\text{g}$ d'eau à la température $\theta_2=80^\circ\text{C}$.

1. Quelle serait la température d'équilibre thermique θ_e de l'ensemble si la capacité thermique du calorimètre et de ses accessoires était négligeable?
2. On mesure en fait une température d'équilibre thermique $\theta_e=50^\circ\text{C}$. Déterminer la capacité thermique C du calorimètre et de ses accessoires.

Données:

Chaleur massique de l'eau : $c_e=4185 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
 Masse volumique de l'eau : $\mu=1000 \text{ kg.m}^{-3}$.

Exercice 2. Bain à 37°C : On désire obtenir un bain d'eau tiède à la température $\theta=37^\circ\text{C}$, d'un volume total $V=250$ litres, en mélangeant un volume V_1 d'eau chaude à la température initiale $\theta_1=70^\circ\text{C}$ et un volume V_2 d'eau froide à la température initiale $\theta_2=15^\circ\text{C}$. Déterminer V_1 et V_2 en supposant négligeables toutes les fuites thermiques lors du mélange.

Données:

Chaleur massique de l'eau : $c_e=4185 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
 Masse volumique de l'eau : $\mu=1000 \text{ kg.m}^{-3}$.

Exercice 3. Chaleur massique du plomb : On sort un bloc de plomb de masse $m_1=280\text{g}$ d'une étuve à la température $\theta_1=98^\circ\text{C}$. On le plonge dans un calorimètre de capacité thermique $C=209\text{J.K}^{-1}$ contenant une masse $m_2=350\text{g}$ d'eau. L'ensemble est à la température initiale $\theta_2=16^\circ\text{C}$. On mesure la température d'équilibre thermique $\theta_e=17,7^\circ\text{C}$. Déterminer la chaleur massique du plomb.

Données:

Chaleur massique de l'eau : $c_e=4185 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
 Masse volumique de l'eau : $\mu=1000 \text{ kg.m}^{-3}$.

Exercice 4. Bloc de fer plongé dans l'eau : Un morceau de fer de masse $m_1=500\text{g}$ est sorti d'un congélateur à la température $\theta_1=-30^\circ\text{C}$. Il est plongé dans un calorimètre, de capacité thermique négligeable, contenant une masse $m_2=200\text{g}$ d'eau à la température initiale $\theta_2=4^\circ\text{C}$. Déterminer l'état final d'équilibre du système (température finale, masse des différents corps présents dans le calorimètre).

Données:

Chaleur massique de l'eau : $c_e=4185 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
 Chaleur massique de la glace: $c_g=2090 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
 Chaleur massique du fer: $c_{Fe}=460 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
 Chaleur latente de fusion de la glace: $L_f=3,34.10^5 \text{ J.kg}^{-1}$

Exercice 5. Fusion d'un glaçon: (version 1) : Un calorimètre de capacité thermique $C=150\text{J.K}^{-1}$ contient une masse $m_1=200\text{g}$ d'eau à la température initiale $\theta_1=70^\circ\text{C}$. On y place un glaçon de masse $m_2=80\text{g}$ sortant du congélateur à la température $\theta_2=-23^\circ\text{C}$.

Déterminer l'état final d'équilibre du système (température finale, masse des différents corps présents dans le calorimètre).

Données:

Chaleur massique de l'eau : $c_e=4185\text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

Chaleur massique de la glace: $c_g=2090\text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

Chaleur latente de fusion de la glace: $L_f=3,34.10^5\text{ J.kg}^{-1}$

Exercice 6. Fusion d'un glaçon: (version 2)

Un calorimètre de capacité thermique $C=150\text{J.K}^{-1}$ contient une masse $m_1=200\text{g}$ d'eau à la température initiale $\theta_1=50^\circ\text{C}$. On y place un glaçon de masse $m_2=160\text{g}$ sortant du congélateur à la température $\theta_2=-23^\circ\text{C}$.

Déterminer l'état final d'équilibre du système (température finale, masse des différents corps présents dans le calorimètre).

Données:

Chaleur massique de l'eau : $c_e=4185\text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

Chaleur massique de la glace: $c_g=2090\text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

Chaleur latente de fusion de la glace: $L_f=3,34.10^5\text{ J.kg}^{-1}$

Solution

Ex1 Détermination de la capacité thermique d'un calorimètre:

1. Quantité de chaleur captée par l'eau froide: $Q_1 = m_1 \cdot c_e \cdot (\theta_e - \theta_1)$.

Quantité de chaleur cédée par l'eau chaude: $Q_2 = m_2 \cdot c_e \cdot (\theta_e - \theta_2)$.

Le système {eau + calorimètre} est isolé: $Q_1 + Q_2 = 0$

$$m_1 \cdot c_e \cdot (\theta_e - \theta_1) + m_2 \cdot c_e \cdot (\theta_e - \theta_2) = 0$$

$$\theta_e = \frac{m_1 \cdot \theta_1 + m_2 \cdot \theta_2}{m_1 + m_2}$$
$$\theta_e = \frac{250 \cdot 10^{-3} \cdot 18 + 300 \cdot 10^{-3} \cdot 80}{250 \cdot 10^{-3} + 300 \cdot 10^{-3}}$$

$$\theta_e = 51,8^\circ\text{C}$$

2. Quantité de chaleur captée par l'eau froide et le calorimètre: $Q_1 = (m_1 \cdot c_e + C) \cdot (\theta_e - \theta_1)$.

Quantité de chaleur cédée par l'eau chaude: $Q_2 = m_2 \cdot c_e \cdot (\theta_e - \theta_2)$.

Le système {eau + calorimètre} est isolé: $Q_1 + Q_2 = 0$

$$(m_1 \cdot c_e + C) \cdot (\theta_e - \theta_1) + m_2 \cdot c_e \cdot (\theta_e - \theta_2) = 0$$

$$C \cdot (\theta_e - \theta_1) = -m_1 \cdot c_e \cdot (\theta_e - \theta_1) - m_2 \cdot c_e \cdot (\theta_e - \theta_2) = 0$$

$$C = \frac{-m_1 \cdot c_e \cdot (\theta_e - \theta_1) - m_2 \cdot c_e \cdot (\theta_e - \theta_2)}{\theta_e - \theta_1}$$
$$C = \frac{m_1 \cdot c_e \cdot (\theta_1 - \theta_e) + m_2 \cdot c_e \cdot (\theta_2 - \theta_e)}{\theta_1 - \theta_e}$$
$$C = \frac{250 \cdot 10^{-3} \cdot 4185 \cdot (50 - 18) + 300 \cdot 10^{-3} \cdot 4185 \cdot (50 - 80)}{18 - 50}$$

$$C = 130,8 \text{ J.K}^{-1}$$

Bain à 37°C: Soit Q_1 la quantité de chaleur cédée par l'eau chaude: $Q_1 = m_1 \cdot c_e \cdot (\theta - \theta_1)$.

Soit Q_2 la quantité de chaleur captée par l'eau froide: $Q_2 = m_2 \cdot c_e \cdot (\theta - \theta_2)$.

Le système {eau} est isolé: $Q_1 + Q_2 = 0 \implies m_1 \cdot c_e \cdot (\theta - \theta_1) + m_2 \cdot c_e \cdot (\theta - \theta_2) = 0$

$$m_1 \cdot (\theta - \theta_1) + m_2 \cdot (\theta - \theta_2) = 0$$

Application numérique: $m_1 \cdot (37 - 70) + m_2 \cdot (37 - 15) = 0$

$$-33 \cdot m_1 + 22 \cdot m_2 = 0$$

D'autre part, le volume total du bain est $V=250\text{L} \Rightarrow m_1 + m_2 = 250$

D'où le système:

$$\begin{cases} -33.m_1 + 22.m_2 = 0 & [1] \\ m_1 + m_2 = 250 & [2] \end{cases}$$

$$\begin{aligned} [1] + 33.[2] & \Leftrightarrow 55.m_2 = 8250 \\ & \Leftrightarrow m_2 = 150\text{kg}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_1 + m_2 &= 250 \Leftrightarrow m_1 = 250 - m_2 \\ & \Leftrightarrow m_1 = 250 - 100 \\ & \Leftrightarrow m_1 = 100\text{kg} \end{aligned}$$

Il faut donc 150L d'eau froide à 15°C et 100L d'eau chaude à 70°C pour obtenir 250L d'un bain à 37°C .

Chaleur massique du plomb: Soit Q_1 la quantité de chaleur cédée par le bloc de plomb:

$$Q_1 = m_1 \cdot c_{\text{Pb}} \cdot (\theta_e - \theta_1).$$

Soit Q_2 la quantité de chaleur captée par l'eau froide et le calorimètre: $Q_2 = (m_2 \cdot c_e + C) \cdot (\theta_e - \theta_2).$

Le système {eau + calorimètre + plomb} est isolé: $Q_1 + Q_2 = 0$

$$m_1 \cdot c_{\text{Pb}} \cdot (\theta_e - \theta_1) + (m_2 \cdot c_e + C) \cdot (\theta_e - \theta_2) = 0$$

$$m_1 \cdot c_{\text{Pb}} \cdot (\theta_e - \theta_1) = - (m_2 \cdot c_e + C) \cdot (\theta_e - \theta_2)$$

$$\begin{aligned} c_{\text{Pb}} &= \frac{(m_2 \cdot c_e + C) \cdot (\theta_e - \theta_2)}{m_1 \cdot (\theta_1 - \theta_e)} \\ c_{\text{Pb}} &= \frac{(350 \cdot 10^{-3} \cdot 4185 + 209) \cdot (17,7 - 16)}{280 \cdot 10^{-3} \cdot (98 - 17,7)} \end{aligned}$$

$$c_{\text{Pb}} = 126,5 \text{ J.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Bloc de fer plongé dans l'eau: Soit Q_1 l'énergie captée par le bloc de fer pour passer de -30°C à 0°C :

$$Q_1 = m_1 \cdot c_{\text{Fe}} \cdot (0 - \theta_1). \quad === \quad Q_1 = 500 \cdot 10^{-3} \cdot 460 \cdot (0 - (-30)) === \quad Q_1 = 6900\text{J}.$$

Soit Q_2 l'énergie cédée par l'eau pour passer de 4°C à 0°C : $Q_2 = m_2 \cdot c_e \cdot (0 - \theta_2)$

$$Q_2 = 200 \cdot 10^{-3} \cdot 4185 \cdot (0 - 4) === \quad Q_2 = -3348\text{J}.$$

$Q_1 > Q_2$. Une partie de l'eau va donc geler. Soit Q l'énergie cédée par cette eau.

Le système {eau + fer} est isolé: $Q + Q_1 + Q_2 = 0 \quad === \quad Q = -Q_1 - Q_2$

$$Q = -6900 + 3348 = -3552 \text{ J}$$

Soit m la masse d'eau gelée.

$$Q = -m \cdot L_f \Leftrightarrow m = \frac{Q}{L_f}$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{3552}{3,34 \cdot 10^5}$$

$$\Leftrightarrow m = 10,6 \cdot 10^{-3} \text{ kg (10,6g)}$$

Le système est donc composé de: 500g de fer à la température de 0°C .

10,6g de glace à la température de 0°C .

$200 - 10,6 = 189,4\text{g}$ d'eau à la température de 0°C .

Fusion d'un glaçon: (version 1) : Supposons que le glaçon fond dans sa totalité.

Soit Q_1 l'énergie cédée par l'eau et le calorimètre: $Q_1 = (m_1 \cdot c_e + C) \cdot (\theta_e - \theta_1)$.

Soit Q_2 l'énergie captée par le bloc de glace: $Q_2 = m_2 \cdot c_g \cdot (0 - \theta_2) + m_2 \cdot L_f + m_2 \cdot c_e \cdot (\theta_e - 0)$.

Le système {eau + glace + calorimètre} est isolé: $Q_1 + Q_2 = 0$

$$(m_1 \cdot c_e + C) \cdot (\theta_e - \theta_1) + m_2 \cdot c_g \cdot (0 - \theta_2) + m_2 \cdot L_f + m_2 \cdot c_e \cdot (\theta_e - 0) = 0$$

$$m_1 \cdot c_e \cdot \theta_e - m_1 \cdot c_e \cdot \theta_1 + C \cdot \theta_e - C \cdot \theta_1 - m_2 \cdot c_g \cdot \theta_2 + m_2 \cdot L_f + m_2 \cdot c_e \cdot \theta_e = 0$$

$$(m_1 \cdot c_e + m_2 \cdot c_e + C) \cdot \theta_e = (m_1 \cdot c_e + C) \cdot \theta_1 + m_2 \cdot c_g \cdot \theta_2 - m_2 \cdot L_f = 0$$

$$\theta_e = \frac{(m_1 \cdot c_e + C) \cdot \theta_1 + m_2 \cdot c_g \cdot \theta_2 - m_2 \cdot L_f}{m_1 \cdot c_e + m_2 \cdot c_e + C}$$

$$\theta_e = \frac{(200 \cdot 10^{-3} \cdot 4185 + 150) \cdot 70 + 80 \cdot 10^{-3} \cdot 2090 \cdot (-23) - 80 \cdot 10^{-3} \cdot 3,34 \cdot 10^5}{200 \cdot 10^{-3} \cdot 4185 + 80 \cdot 10^{-3} \cdot 4185 + 150}$$

$$\theta_e = 29,15^\circ\text{C}$$

Fusion d'un glaçon: (version 2)

En supposant que toute la glace fonde, un calcul analogue à l'exercice précédent (version 1) donne:

$$\theta_e = \frac{(m_1 \cdot c_e + C) \cdot \theta_1 + m_2 \cdot c_g \cdot \theta_2 - m_2 \cdot L_f}{m_1 \cdot c_e + m_2 \cdot c_e + C}$$
$$\theta_e = \frac{(200 \cdot 10^{-3} \cdot 4185 + 150) \cdot 50 + 160 \cdot 10^{-3} \cdot 2090 \cdot (-23) - 160 \cdot 10^{-3} \cdot 3,34 \cdot 10^5}{200 \cdot 10^{-3} \cdot 4185 + 160 \cdot 10^{-3} \cdot 4185 + 150}$$

$$\theta_e = -7,11^\circ\text{C}$$

Ce résultat est aberrant car **à cette température** et sous la pression atmosphérique, **l'eau est à l'état solide**.

La totalité de la glace ne fondra pas et la température du système sera $\theta_e = 0^\circ\text{C}$.

Soit Q_1 l'énergie cédée par l'eau et le calorimètre pour passer de $\theta_1 = 50^\circ\text{C}$ à $\theta_e = 0^\circ\text{C}$.

$$Q_1 = (m_1 \cdot c_e + C) \cdot (\theta_e - \theta_1). \Rightarrow Q_1 = (200 \cdot 10^{-3} \cdot 4185 + 150) \cdot (0 - 50) \Rightarrow \mathbf{Q_1 = -49350 \text{ J.}}$$

Soit Q_2 l'énergie captée par le bloc de glace pour passer de $\theta_2 = -23^\circ\text{C}$ à $\theta_e = 0^\circ\text{C}$.

$$Q_2 = m_2 \cdot c_g \cdot (\theta_e - \theta_1). \Rightarrow Q_2 = 160 \cdot 10^{-3} \cdot 2090 \cdot (0 - (-23)) \Rightarrow \mathbf{Q_2 = 7691,20 \text{ J.}}$$

Soit m la masse de glace qui va fondre et soit Q l'énergie captée par cette glace.

Le système {eau + glace + calorimètre} est isolé:

$$Q + Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow Q = -Q_1 - Q_2 \Rightarrow Q = 49350 - 7691,2 \quad \mathbf{Q = 41658,80 \text{ J}}$$

$$Q = m \cdot L_f \Leftrightarrow m = \frac{Q}{L_f}$$
$$\Leftrightarrow m = \frac{41658,80}{3,34 \cdot 10^5}$$
$$\Leftrightarrow \mathbf{m = 125 \cdot 10^{-3} \text{ kg (125g)}}$$

Le système est donc composé de: 160 - 125 = 35g de glace à la température de 0°C .

200 + 125 = 325g d'eau à la température de 0°C .

Fusion d'un glaçon: (version 2)

En supposant que toute la glace fonde, un calcul analogue à l'exercice précédent (version 1) donne:

$$\theta_e = \frac{(m_1 \cdot c_e + C) \cdot \theta_1 + m_2 \cdot c_g \cdot \theta_2 - m_2 \cdot L_f}{m_1 \cdot c_e + m_2 \cdot c_e + C}$$
$$\theta_e = \frac{(200 \cdot 10^{-3} \cdot 4185 + 150) \cdot 50 + 160 \cdot 10^{-3} \cdot 2090 \cdot (-23) - 160 \cdot 10^{-3} \cdot 3,34 \cdot 10^5}{200 \cdot 10^{-3} \cdot 4185 + 160 \cdot 10^{-3} \cdot 4185 + 150}$$

$$\theta_e = -7,11^\circ\text{C}$$

Ce résultat est aberrant car **à cette température** et sous la pression atmosphérique, **l'eau est à l'état solide**.

La totalité de la glace ne fondra pas et la température du système sera $\theta_e = 0^\circ\text{C}$.

Soit Q_1 l'énergie cédée par l'eau et le calorimètre pour passer de $\theta_1 = 50^\circ\text{C}$ à $\theta_e = 0^\circ\text{C}$.

$$Q_1 = (m_1 \cdot c_e + C) \cdot (\theta_e - \theta_1). \Rightarrow Q_1 = (200 \cdot 10^{-3} \cdot 4185 + 150) \cdot (0 - 50). \Rightarrow \mathbf{Q_1 = -49350 \text{ J.}}$$

Soit Q_2 l'énergie captée par le bloc de glace pour passer de $\theta_2 = -23^\circ\text{C}$ à $\theta_e = 0^\circ\text{C}$.

$$Q_2 = m_2 \cdot c_g \cdot (\theta_e - \theta_1). \Rightarrow Q_2 = 160 \cdot 10^{-3} \cdot 2090 \cdot (0 - (-23)) \Rightarrow \mathbf{Q_2 = 7691,20 \text{ J.}}$$

Soit m la masse de glace qui va fondre et soit Q l'énergie captée par cette glace.

Le système {eau + glace + calorimètre} est isolé: $Q + Q_1 + Q_2 = 0$

$$Q = -Q_1 - Q_2 \rightarrow Q = 49350 - 7691,2 \rightarrow \mathbf{Q = 41658,80 \text{ J}}$$

$$Q = m \cdot L_f \Leftrightarrow m = \frac{Q}{L_f}$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{41658,80}{3,34 \cdot 10^5}$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{m = 125 \cdot 10^{-3} \text{ kg (125g)}}$$

Le système est donc composé de: 160-125=35g de glace à la température de 0°C .

200+125 = 325g d'eau à la température de 0°C .